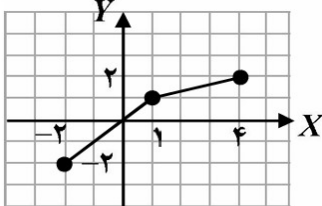
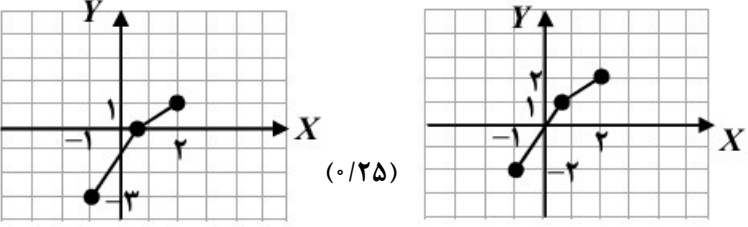
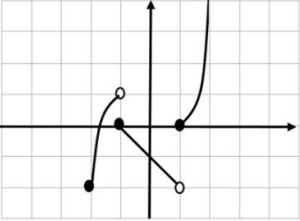
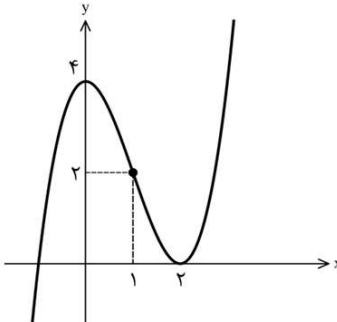


شماره ۱	نوبت: خرداد - شهریور	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	سؤالات آزمون درس: حسابان ۲
ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع f روی بازه (a, b) مشتق‌پذیر است هرگاه، در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد. ب) هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ است.			
۲	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. الف) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است. ب) اگر در هر بازه دلخواه، $f''(x) > 0$، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به دارد.			
۳	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم و دامنه و برد آن را تعیین کنید. 			
۴	با رسم تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \end{cases}$ تعیین کنید که تابع در چه بازه‌های صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟			
۵	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $(x - 2)$ و $(x + 1)$ بخش‌پذیر باشد.			
۶	مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ را محاسبه کنید.			
۷	معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.			
۸	حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$			
۹	الف) مجانب‌های افقی و قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$ را به‌دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.			

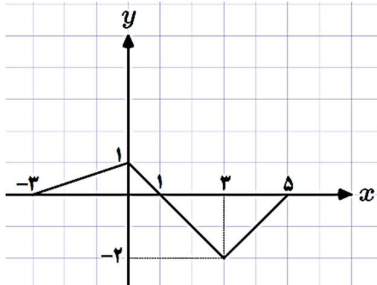
۱۰	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - 2x$ در نقطه $A(1, f(1))$ واقع بر نمودار تابع را بنویسید.	۱/۲۵
۱۱	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 3x + 1 & x < 1 \end{cases}$	۱/۲۵
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{2x + 3}{x^3 - 2x^2}$ ب) $g(x) = \cos^2 x + \tan \sqrt{x}$	۱/۷۵
۱۳	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 9$ چقدر است؟	۰/۷۵
۱۴	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = -x^4 + ax + b$ در نقطه $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۱/۵
۱۵	مقادیر اکسترمم مطلق تابع $h(x) = x^3 + 2x - 5$ در بازه $[-2, 1]$ را در صورت وجود تعیین کنید.	۱/۵
۱۶	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.	۲
موفق باشید		۲۰

شماره ۱	نوبت: خرداد - شهریور	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: حسابان ۲
نمره	راهنمای نمره گذاری			ردیف
۰/۵	(الف درست (۰/۲۵) (ب نادرست (۰/۲۵)			۱
۰/۵	(الف ۱- (۰/۲۵) (ب بالا (۰/۲۵)			۲
۱	 $D_g = [-1, 2] \quad (۰/۲۵)$ $R_g = [-3, 1] \quad (۰/۲۵)$			۳
۱	 $(۰/۲۵) \quad [-2, -1] \text{ صعودی}$ $(۰/۲۵) \quad [1, +\infty) \text{ صعودی}$ $(۰/۲۵) \quad [-1, 1) \text{ نزولی}$			۴
۱	$8 + 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵), \quad b = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$ $-1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = 0 \quad (۰/۲۵)$			۵
۱/۵	$\max = -3 + 1 = 4 \quad (۰/۵), \quad \min = - -3 + 1 = -2 \quad (۰/۵), \quad T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad (۰/۵)$			۶
۱/۵	$\frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵) \\ 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵) \end{cases}$			۷
۱/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\underbrace{\cancel{(x+5)}(x+5)}_{(۰/۲۵)}} = \underbrace{\frac{-3}{0^-}}_{(۰/۲۵)} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{\underbrace{-2x^2}_{(۰/۲۵)}} = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$			۸

۱/۲۵	الف) خط $x = 1$ مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \text{ (۰/۲۵)}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \text{ (۰/۲۵)}$ خط $y = 0$ مجانب افقی است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ ب) (۰/۵) 	۹
۱/۲۵	$f'(x) = 2x^2 - 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow f'(1) = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow y = x - 2 \text{ (۰/۵)}$ $f(1) = -1 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۰
۱/۲۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \text{ (۰/۵)}$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 1 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1} = 3 \text{ (۰/۵)}$ $\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$ بنابراین تابع f، در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۱۱
۱/۲۵	الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{2(x^2 - 2x^2)}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(2x^2 - 4x)(2x + 3)}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(x^2 - 2x^2)^2}_{(۰/۲۵)}}$ ب) $g'(x) = \overbrace{2(-\sin x)(\cos x)}^{(۰/۵)} + \overbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \tan^2 \sqrt{x})}^{(۰/۵)}$	۱۲
۰/۲۵	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \text{ (۰/۵)} \Rightarrow m'(9) = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۳
۱/۵	$f'(x) = -4x^2 + a \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f'(1)=0} -4 + a = 0 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a = 4 \text{ (۰/۲۵)}$ $f(1) = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow -1 + 4 + b = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow b = -1 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۴

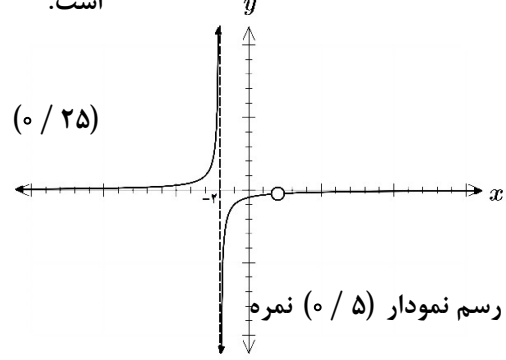
۱/۵	$h'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0 \quad (0 / 5)$ $h(-2) = -8 - 4 - 5 = -17 \min (0 / 5) \quad , \quad h(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \max (0 / 5)$	۱۵																							
۲	$f'(x) = (x - 2)^2 + 2(x - 2)(x + 1) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0 , x = 2 (0 / 5)$ $f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 1 (0 / 25)$  (0/5) <table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>f'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f''</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td>↗</td><td>↘</td><td>↘</td><td>↘</td><td>↗</td></tr></table> (0/۷۵)		0	1	2	f'	+	0	-	-	0	+	f''	-	-	0	+	+	f	↗	↘	↘	↘	↗	۱۶
	0	1	2																						
f'	+	0	-	-	0	+																			
f''	-	-	0	+	+																				
f	↗	↘	↘	↘	↗																				

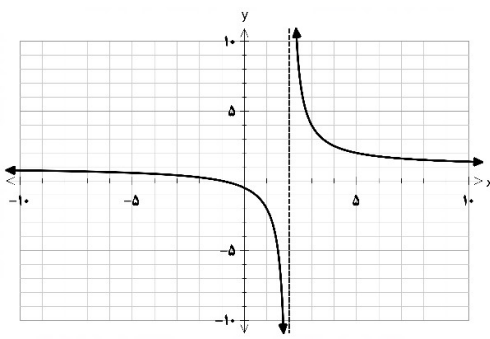
سیاس و خدقوت خدمت همکار گرامی

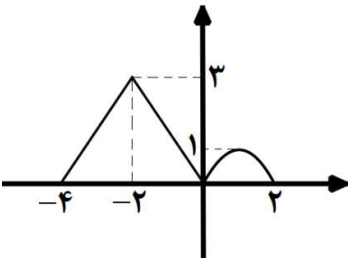
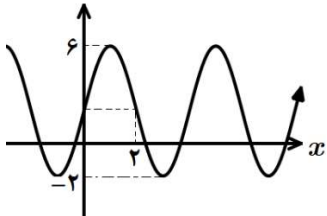
سؤالات آزمون درس : حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: خرداد - شهریور	شماره ۲
ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) درجه تابع $f(x) = -x^2(x - x^2)^2 + x^3$ برابر ۶ است. ب) دامنه تابع $y = \tan x$، برابر با مجموعه $D = \{x \in R \mid x \neq 2k\pi + \pi\}$ است. پ) اگر علامت f' در بازه‌ای منفی باشد، آنگاه تابع f در آن بازه اکیداً نزولی است. ت) در نقطه عطف علامت f'' تغییر می‌کند.			
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع هم صعودی و هم نزولی است. ب) اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x}$ برابر $[0, 4]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ برابر است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$ برابر است. ت) در تابع $f(x) = x^3 + 4x^2 - 1$، مقدار $f''(-1)$ برابر است.			
۳	نمودار تابع f به صورت زیر است. نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را به کمک آن رسم کنید. 			
۴	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 0 \\ \sqrt{-x} - 1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و بزرگترین بازه‌ای که در آن تابع اکیداً نزولی است را بنویسید.			
۵	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.			
۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$			
۷	معادله $\cos 2x + \cos x = -1$ را حل کنید و جواب‌هایی که در فاصله $[0, 2\pi]$ قرار دارند، مشخص کنید.			
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin^2 x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x^6 + 2}{2x^3 - x^3 x}$			
۹	مجانبات افقی و قائم منحنی تابع $f(x) = \frac{2-x}{x^2-4}$ را در صورت وجود به دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.			

۱/۲۵	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ، آنگاه مقدار $f'(2)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی f را در $x = 2$ بنویسید.	۱۰
۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را با استفاده از تعریف در $x = 1$ بررسی کنید.	۱۱
۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (3x^2 - 5)(x - 4)^3$ ب) $g(x) = 3 \tan x - \cos^2(4x^2)$	۱۲
۱/۲۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - 9$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام زمان سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟	۱۳
۱	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود بیابید.	۱۴
۱/۵	اگر $(0,0)$ نقطه عطف تابع درجه سوم $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ با ضابطه باشد که نمودار آن در شکل زیر رسم شده است. آنگاه مقادیر a ، b و c را محاسبه کنید.	۱۵
۲	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ و محل تقاطع مجانب‌های آن نقطه $(2,1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1,0)$ بگذرد، آنگاه ضابطه تابع را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.	۱۶
۲۰	موفق باشید	جمع

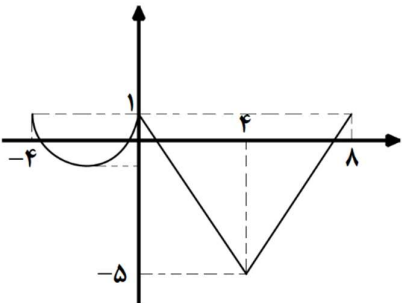
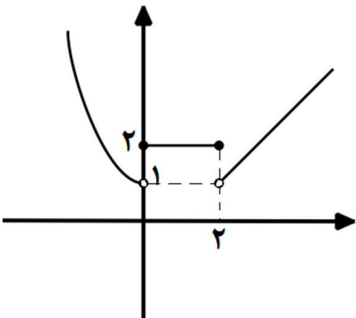
شماره ۲		نوبت: خرداد - شهریور		رشته: ریاضی و فیزیک		پایه: دوازدهم		راهنمای نمره‌گذاری آزمون درس : حسابان ۲	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری								نمره
۱	الف) درست	ب) نادرست	پ) درست	ت) درست	(هر مورد ۰/۲۵)				۱
۲	الف) ثابت	ب) $[۰, ۸]$	پ) صفر	ت) ۲	(هر مورد ۰/۲۵)				۱
۳	مرحله اول: یک واحد انتقال به راست (۰/۵) مرحله دوم: طول نقاط تقسیم بر دو (۰/۵)								۱
۴	رسم نمودار (۰/۵) نمره در بازه $(-\infty, ۰)$ اکیداً نزولی است. (۰/۵)								۱
۵	$\left. \begin{aligned} f(2) = ۰ &\rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۰ / ۲۵) \\ f(-1) = ۰ &\rightarrow a - b = ۰ \rightarrow a = b \quad (۰ / ۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a + 2a = -9 \Rightarrow a = \frac{-3}{2} \quad (۰ / ۲۵) \Rightarrow b = \frac{-3}{2} \quad (۰ / ۲۵)$								۱
۶	$Max = a + c = \pi - ۲ \quad (۰ / ۲۵), Min = - a + c = -\pi - ۲ \quad (۰ / ۲۵)$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \quad (۰ / ۲۵)$								۰/۷۵
۷	$2 \cos^2 x - 1 + \cos x = -1 \Rightarrow \cos x(2 \cos x + 1) = ۰ \quad (۰ / ۲۵) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} & (۰ / ۵) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} & (۰ / ۵) \end{cases}$								۱/۲۵

۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{x^2} = +\infty \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^4}{x^4} = -4 \quad (0/25)$	۸
۱/۵	(۰/۲۵) غ ق ق، چون ریشه صورت $x = 2$ است. $x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \quad (0/25)$ مجانِب قائم: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow y = 0 \quad (0/25)$ مجانِب افقی: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow y = 0 \quad (0/25)$ رسم نمودار (۰/۵) نموده 	۹
۱/۲۵	$f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x - 2 \quad (0/25) \Rightarrow m = f'(2) = 6(2) - 2 = 10 \quad (0/25)$ $f(2) = 9 \quad (0/25), y = 10x + b \xrightarrow{(2,9)} b = -11 \quad (0/25) \Rightarrow y = 10x - 11 \quad (0/25)$	۱۰
۱/۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2 \quad (0/25)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} = -2 \quad (0/25)$ بنابراین مشتق در نقطه $x = 1$ موجود نیست. (۰/۵)	۱۱
۲	الف) $f'(x) = \underbrace{6x(x-4)^2}_{(0/25)} + \underbrace{2(x-4)^2(3x^2-5)}_{(0/5)}$ ب) $g'(x) = \underbrace{3(1 + \tan^2 x)}_{(0/25)} + \underbrace{16x \cos(4x^2) \sin(4x^2)}_{(0/5)}$	۱۲
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} \text{آهنگ} &= \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{16 - (-9)}{5} = 5 \quad (0/5) \\ \text{آهنگ} &= 2t \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2t = 5 \quad (0/25) \Rightarrow t = \frac{5}{2} = 2.5 \quad (0/25)$	۱۳

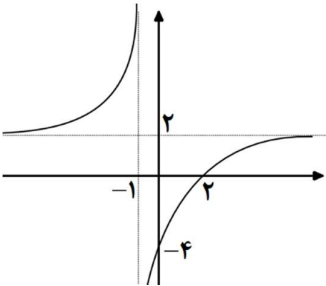
۱	$f'(x) = 6x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (} 0 / 25 \text{)}$ $f(-2) = 12 - 2(-2) + 5 = 21 \text{ (} 0 / 25 \text{) ماکزیمم مطلق}$ $f\left(\frac{1}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{9}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\right) + 5 = \frac{14}{3} \text{ (} 0 / 25 \text{) مینیمم مطلق}$ $f(1) = 2(1) - 2(1) + 5 = 6 \text{ (} 0 / 25 \text{)}$	۱۴
۱/۵	نمودار از مبدأ مختصات عبور می کند در نتیجه $c = 0$ (۰ / ۵) $\left. \begin{aligned} f'(-2) = 0 &\Rightarrow 12 - 4a + b = 0 \text{ (} 0 / 25 \text{)} \\ f'(2) = 0 &\Rightarrow 12 + 4a + b = 0 \text{ (} 0 / 25 \text{)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = -12 \text{ (} 0 / 25 \text{)}, a = 0 \text{ (} 0 / 25 \text{)}$	۱۵
۲	$\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right) = (2, 1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-d}{c} = 2 \Rightarrow d = -2c \text{ (} 0 / 25 \text{)} \\ \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow a = c \text{ (} 0 / 25 \text{)} \end{cases}$ $\xrightarrow{(-1, 0)} \frac{-a + b}{-c + d} = 0 \Rightarrow -a + b = 0 \Rightarrow a = b \text{ (} 0 / 25 \text{)}$ $f(x) = \frac{ax + a}{ax - 2a} = \frac{x + 1}{x - 2} \text{ (} 0 / 25 \text{)}$  رسم نمودار ۱ نمره	۱۶
سپاس و خداقوت خدمت همکار گرامی		

سؤالات آزمون درس : حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت: خرداد - شهریور	شماره ۳
ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) دوره تناوب تابع $f(x) = 5 \cos \frac{x}{4} + 1$ برابر با 4π است. ب) تابع $f(x) = \tan x$، در بازه $(-\pi, \pi)$ تابعی صعودی است. پ) تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(x) = 0$ و $f'(x) = 0$ برقرار باشد.			۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) حد چپ تابع $f(x) = \frac{ x-1 }{(x-1)^2}$ در نقطه ۱ برابر با است. ب) دوره تناوب تابع $y = \sin 3x$ برابر است. پ) نقطه‌ای به طول نقطه بحرانی تابع $f(x) = x^2$ است.			۰/۷۵
۳	اگر باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = 2x^6 + kx + 2$ بر $x + 1$ باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $g(x) = kx^2 - 5x + k$ بر $x - 1$ را بیابید.			۰/۷۵
۴	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -2f(-\frac{x}{2}) + 1$ را رسم کنید. 			۱
۵	نمودار تابع زیر را رسم و بازه‌هایی که در آن تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & 2 < x \end{cases}$			۱/۵
۶	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید. 			۱/۵

۷	معادلهٔ مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را به دست آورید.	۱
۸	حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2} \quad \text{ب)}$ $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} \quad \text{الف)}$	۱/۲۵
۹	مجانبات‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵
۱۰	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) $h(x) = (3x + 5)^6 \quad \text{پ)}$ $g(x) = \cos^5(x^2) \quad \text{ب)}$ $f(x) = \frac{5 \tan x}{1 - \sin x} \quad \text{الف)}$	۲
۱۲	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند، حاصل $f(1)g'(1) + f'(1)g(1)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، به دست آورید.	۰/۵
۱۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازهٔ $[-2, 3]$ بیابید.	۱/۵
۱۵	نقطهٔ عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطهٔ $(1, -1)$ است، مقدار a و b را بیابید.	۱/۵
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x - 4}{x + 1}$ را رسم کنید.	۲
۲۰	موفق باشید	جمع

شماره ۳		نوبت: خرداد - شهریور	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره‌گذاری آزمون درس: حسابان ۲
نمره	راهنمای نمره‌گذاری				ردیف
۰/۷۵	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست هر مورد ۰/۲۵				۱
۰/۷۵	الف) $+\infty$ ب) $\frac{2\pi}{3}$ پ) $x = 0$ یا ۰ هر مورد ۰/۲۵				۲
۰/۷۵	$f(-1) = 2 - k + 2 = 2 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow g(1) = 2 - 5 + 2 = -1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)				۳
۱	رسم صحیح نمودار ۱ نمره 				۴
۱/۵	تابع در بازه $(2, +\infty)$ صعودی (۰/۲۵)، در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی (۰/۲۵) و در بازه $[0, 2]$ ثابت (۰/۲۵) است. رسم صحیح نمودار در هر بازه (۰/۲۵) 				۵
۱/۵	$\frac{T}{2} = 2 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4 \xrightarrow{b>0} b = \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $ a = \frac{\max - \min}{2} = 4 \xrightarrow{\text{با توجه به}} a = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow f(x) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 2$ $c = \frac{\max + \min}{2} = 2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)				۶
۱	$\tan 3x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18} (k \in \mathbb{Z})$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)				۷

۱/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)^2} = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{(x-3)}{(x+5)} = \frac{-8}{0^-} (0/25) = +\infty (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2} (0/25)$	۸
۱/۵	$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 1}{4 - x^2} = \frac{3}{0^-} = -\infty (0/25)$ یا $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 1}{4 - x^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty (0/25)$ خط $x = 2$ مجانب قائم است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 1}{4 - x^2} = \frac{3}{0^-} = -\infty (0/25)$ یا $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 - 1}{4 - x^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty (0/25)$ خط $x = -2$ مجانب قائم است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{4 - x^2} = -1 (0/25)$ خط $y = -1$ مجانب افقی نمودار است. (۰/۲۵)	۹
۱/۲۵	روش اول: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - 2}{x - 1} = 1 (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)} = 3 (0/25)$ تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) روش دوم: $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(1+h)^2 + 1 + h - 2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 + 3h}{h} = 3 (0/25)$ $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1 + h + 1 - 2}{h} = 1 (0/25)$ تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۱۰
۲	الف) $f'(x) = \frac{(\overbrace{5(1 + \tan^2 x)}^{(0/25)})(\overbrace{1 - \sin x}^{(0/25)}) - (-\sin x)(\overbrace{5 \tan x}^{(0/25)})}{\underbrace{(1 - \sin x)^2}_{(0/25)}}$ ب) $g'(x) = \underbrace{2 \cos^2(x^2)}_{(0/25)} \times \underbrace{(-\sin(x^2))}_{(0/25)} \times \underbrace{2x}_{(0/25)}$ پ) $h'(x) = \underbrace{6(3x + 5)^5}_{(0/25)} \times \underbrace{3}_{(0/25)}$	۱۱

۱/۲۵	روش اول: $\underbrace{g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{g'(1) = \frac{1}{\sqrt{1}}}_{(0/25)} \quad , \quad \underbrace{f'(x) = 6x}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{f'(1) = 6}_{(0/25)}$ $f(1)g'(1) + f'(1)g(1) = 3 \times \frac{1}{\sqrt{1}} + 6 \times 1 = 7 / 5 (0/25)$ روش دوم: $f(1)g'(1) + f'(1)g(1) = (fg)'(1) (0/25)$ $\underbrace{fg = (2x^3 + 1)\sqrt{x}}_{(0/25)} \Rightarrow (fg)' = \underbrace{6x\sqrt{x}}_{(0/25)} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}(2x^3 + 1)}_{(0/25)}$ $(fg)'(1) = 6 \times 1 + \frac{1}{\sqrt{1}} \times 3 = 7 / 5 (0/25)$	۱۲												
۰/۵	$\frac{\underbrace{f(4) - f(-1)}_{(0/25)}}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5} (0/25)$	۱۳												
۱/۵	$\underbrace{f'(x) = 3x^2 - 12x = 0}_{(0/25)} \Rightarrow x = 0, x = 4$ $f(-2) = -32 (0/25) \Rightarrow \min = -32 (0/25)$ $f(0) = 0 (0/25) \Rightarrow \max = 0 (0/25)$ $f(3) = -27 (0/25)$	۱۴												
۱/۵	$\underbrace{f'(x) = 3x^2 + 2ax + b}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{f''(x) = 6x + 2a}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{f''(1) = 6 + 2a = 0}_{(0/25)} \Rightarrow a = -3 (0/25)$ $\underbrace{f(1) = 1 - 3 + b = -1}_{(0/25)} \Rightarrow b = -9 (0/25)$	۱۵												
۲	$f(0) = -4 (0/25), f(x) = 0 \Rightarrow x = 2 (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 4}{x + 1} = \pm\infty \Rightarrow x = -1 (0/25) \text{ مجانب قائم}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 4}{x + 1} = 2 \Rightarrow y = 2 (0/25) \text{ مجانب افقی}$ $f'(x) = \frac{6}{(x+1)^2}$ $f''(x) = \frac{-12}{(x+1)^3}$  <table border="1" data-bbox="820 1501 1315 1774"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> تعیین علامت درست f' و f'' در جدول هر کدام (۰/۲۵) رسم صحیح نمودار (۰/۵)	x	-1	2	f'	+	+	f''	+	-	f	2	0	۱۶
x	-1	2												
f'	+	+												
f''	+	-												
f	2	0												