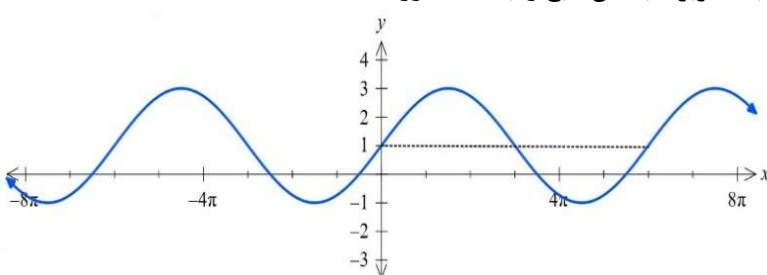


شماره ۱	نوبت: خرداد - شهریور	رشته: علوم تجربی	پایه: دوازدهم	سؤالات آزمون درس: ریاضی ۳
ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = \log_p^x$ اکیداً یکنواست. ب) بازه $(۳, ۵)$، یک همسایگی راست عدد ۵ است. پ) در تابع ثابت تمام نقاط هم ماکزیمم نسبی و هم مینیمم نسبی هستند. ت) دو پیشامد A و B ناسازگار هستند هرگاه $P(A \cap B) = P(A).P(B)$.			۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $h(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2$ را می‌توان به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = (x-1)^2$ و تابع نوشت. ب) دوره تناوب تابع $f(x) = \cos(-2x)$ برابر است. پ) باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 - 3x + 5$ بر $x-1$ برابر است. ت) شکل حاصل از دوران یک دایره، حول یکی از قطرهای آن یک است.			۱
۳	ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{x+3} + 1$ را بنویسید و نمودار وارون آن را رسم کنید.			۱/۲۵
۴	اگر دو تابع f و g به صورت $f(x) = \frac{x-2}{2x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.			۱/۲۵
۵	در تابع $f(x) = -2 \sin 4x + c$ مقدار ماکزیمم برابر ۵ است. مقدار c را بیابید.			۰/۵
۶	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ یا $f(x) = a \sin bx + c$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b و c، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید. 			۱/۵
۷	مقدار عددی $\cos \frac{\pi}{12}$ را به دست آورید.			۰/۷۵

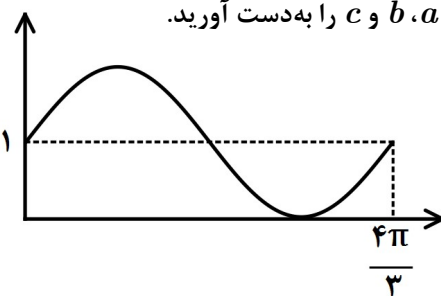
۱/۵	۸ حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^2 + 1}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos 2x - 1}{\cos x}$	۸
۱/۲۵	۹ اگر $f(3) = -1$ و $f'(3) = 2$، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - f^2(3)}{x^2 - 9}$ را بیابید.	۹
۱/۲۵	۱۰ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 3 \\ 8-x & x \geq 3 \end{cases}$ را در $x = 3$ بررسی کنید.	۱۰
۱/۵	۱۱ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{\frac{4x^3 - 8x}{-x + 7}}$ ب) $g(x) = (2 - 4x^2)^5 (x^3 + x^2 - 1)$	۱۱
۱	۱۲ جسمی را از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می کنیم. اگر ارتفاع جسم، t ثانیه پس از پرتاب $h(t) = -2t^2 + 8t$ باشد. سرعت لحظه ای، در لحظه برخورد با زمین چقدر است؟	۱۲
۱/۲۵	۱۳ حدود m را طوری تعیین کنید که تابع $y = x^3 + 3x^2 + mx - 1$ همواره صعودی باشد.	۱۳
۱/۵	۱۴ به کمک طنابی به طول ۵ متر می خواهیم یک قطعه زمین به شکل مستطیل را جدا کنیم، به کمک جدول تغییرات بیشترین مساحت مستطیل را حساب کنید.	۱۴
۱/۲۵	۱۵ نقاط $A(2, -2)$ و $A'(-4, 9)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{3}{5}$ است. طول قطر کوچک بیضی را بیابید.	۱۵
۱	۱۶ معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(1, -2)$ و بر خط $3x - 4y = 1$ مماس باشد.	۱۶
۱/۲۵	۱۷ ۳ ظرف یکسان داریم، در اولین ظرف ۵ مهره آبی و ۳ مهره سبز وجود دارد. در ظرف دوم همه مهره ها آبی اند و در ظرف سوم ۲ مهره آبی و ۱۴ مهره سبز وجود دارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب می کنیم و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟	۱۷
۲۰	جمع	موفق باشید

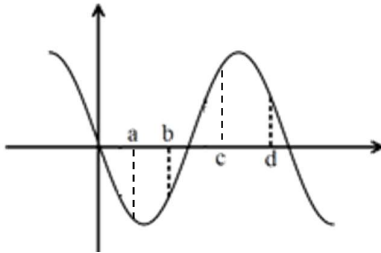
شماره ۱	نوبت: خرداد - شهریور	رشته: علوم تجربی	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: ریاضی ۳
نمره	راهنمای نمره گذاری			ردیف
۱	الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست (هر قسمت ۰/۲۵)			۱
۱	الف) $\sqrt{x+1}$ ب) π پ) ۴ ت) کره (هر قسمت ۰/۲۵)			۲
۱/۲۵	$f(x) = \sqrt[3]{x+3} + 1 \Rightarrow x = \underbrace{\sqrt[3]{y+3} + 1}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y+3} + 1 \Rightarrow \underbrace{x-1}_{\text{۰/۲۵}} = \sqrt[3]{y+3}$ $\Rightarrow \underbrace{(x-1)^3}_{\text{۰/۲۵}} = y+3 \Rightarrow \underbrace{(x-1)^3 - 3}_{\text{۰/۲۵}} = y \Rightarrow \underbrace{f^{-1}(x)}_{\text{۰/۲۵}} = \underbrace{(x-1)^3 - 3}_{\text{۰/۲۵}}$			۳
۱/۲۵	$\underbrace{D_g = [-1, +\infty)}_{\text{۰/۲۵}}, \underbrace{D_f = \mathbb{R} - \{0\}}_{\text{۰/۲۵}}$ $= \underbrace{(-\infty, 0)}_{\text{۰/۲۵}} \cup \underbrace{\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)}_{\text{۰/۲۵}} \left\{ x \in \mathbb{R} - \{0\} \mid \underbrace{\left \frac{x-2}{2x} \right }_{\text{۰/۵}} \geq -1 \right\} \quad D_{g \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} =$			۴
۰/۵	$\max = a + c \Rightarrow \underbrace{\Delta = -2 + c}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{c = 3}_{\text{۰/۲۵}}$			۵
۱/۵	$\Rightarrow \underbrace{3 = a + c}_{\text{۰/۲۵}} \quad \max = a + c$ $\min = - a + c \Rightarrow \underbrace{-1 = - a + c}_{\text{۰/۲۵}}$ $\Rightarrow \underbrace{ a = 2}_{\text{۰/۲۵}}, \underbrace{c = 1}_{\text{۰/۲۵}}$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \underbrace{ b = \frac{1}{3}}_{\text{۰/۲۵}}$ $\underbrace{y = 2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 1 \quad \text{یا} \quad y = -2 \sin\left(-\frac{x}{3}\right) + 1}_{\text{۰/۲۵}}$			۶

۰/۷۵	$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2\frac{\pi}{12}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 1$ $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+2}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{4}}$	۷
۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)} = 4$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{2x^3} = -\frac{1}{2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos 2x - 1}{\cos x} = \frac{\cos\left(2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$	۸
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - f(2))(f(x) + f(2))}{(x-2)(x+2)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + f(2)}{x + 2} = f'(2) \times \frac{-1-1}{6} = 2 \times \frac{-2}{6} = -\frac{2}{3}$	۹
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} 1 - x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x - 1 = 5$ $f(3) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ تابع در $x = 3$ پیوسته است. $f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 3 \\ -1 & x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{f'_-(3) = 2}_{\text{وجود ندارد}}, \underbrace{f'_+(3) = -1}_{\text{وجود ندارد}} \Rightarrow f'(3)$	۱۰

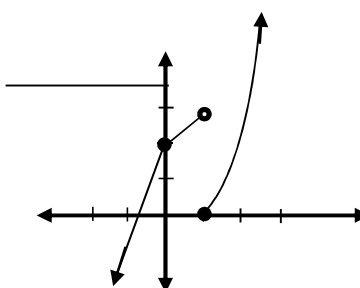
۱/۵	$\frac{\overbrace{\left(12x^2 - 8\right)\left(-x + 7\right) - (-1)\left(4x^2 - 8x\right)}^{./25}}{\underbrace{\left(-x + 7\right)^2 \sqrt{\frac{4x^2 - 8x}{-x + 7}}}_{./25}}$ الف) $f'(x) =$ $\text{ب) } g'(x) = \underbrace{5\left(2 - 4x^2\right)^4}_{./25} \underbrace{(-8x)(x^2 + x^2 - 1)}_{./25} + \underbrace{(2x^2 + 2x - 1)\left(2 - 4x^2\right)^5}_{./25}$	۱۱									
۱	$\underbrace{h(t) = 0 \Rightarrow t(-2t + 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}}_{./5} \quad \text{لحظه برخورد با زمین}$ $\underbrace{h'(t) = -4t + 8 \Rightarrow h'(4) = -4(4) + 8 = -8}_{./25} \quad \text{سرعت لحظه ای در لحظه برخورد با زمین}$	۱۲									
۱/۲۵	$y' = 3x^2 + 6x + m \geq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \Delta \leq 0 \Rightarrow \Delta = (6)^2 - 4(3)(m) \Rightarrow 36 - 12m \leq 0 \Rightarrow 12m \geq 36 \Rightarrow m \geq 3 \\ a = 3 > 0 \end{array} \right.$ کافیست	۱۳									
۱/۵	$\underbrace{2x + 2y = 5 \Rightarrow x + y = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2} - x}_{./25}$ $\underbrace{s = xy \Rightarrow s(x) = x\left(\frac{5}{2} - x\right) = \frac{5}{2}x - x^2}_{./25} \Rightarrow \underbrace{s'(x) = \frac{5}{2} - 2x = 0}_{./25} \Rightarrow \underbrace{x = \frac{5}{2} = \frac{5}{2}}_{./25}$ $\underbrace{s(x) = \frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}\right) - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}}_{./25}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: 0;"> <tr> <td>x</td><td>$\frac{5}{4}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$s'(x)$</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr> <td>s</td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td></tr> </table> ./۲۰	x	$\frac{5}{4}$		$s'(x)$	+	-	s	$\nearrow$	$\searrow$	۱۴
x	$\frac{5}{4}$										
$s'(x)$	+	-									
s	$\nearrow$	$\searrow$									

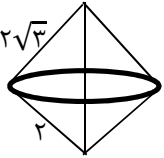
۱/۲۵	$AA' = \sqrt{\underbrace{(-۴-۲)^۲}_{\circ/۲۵} + \underbrace{(۶+۲)^۲}_{\circ/۲۵}} = ۱۰ \Rightarrow \underbrace{۲a = ۱۰}_{\circ/۲۵} \Rightarrow a = ۵$ $\frac{c}{a} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow c = ۵ \Rightarrow \underbrace{a^۲ = b^۲ + c^۲}_{\circ/۲۵} \Rightarrow ۵^۲ = b^۲ + ۳^۲ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow \underbrace{BB' = ۲b = ۸}_{\circ/۲۵}$	۱۵
۱	$r = OH = \frac{ \underbrace{۳(۱) - ۴(-۲) - ۱}_{\circ/۲۵} }{\underbrace{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}}_{\circ/۲۵}} = \underbrace{۲}_{\circ/۲۵} \Rightarrow \underbrace{(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲}_{\circ/۵} = ۲$	۱۶
۱/۲۵	$\underbrace{p(A_۱) = P(A_۲) = P(A_۳)}_{\circ/۲۵} = \frac{۱}{۳}$ $P(B) = P(A_۱)P(B A_۱) + P(A_۲)P(B A_۲) + P(A_۳)P(B A_۳)$ $= \underbrace{\frac{۱}{۳} \times \frac{۳}{۸}}_{\circ/۲۵} + \underbrace{\frac{۱}{۳} \times ۱}_{\circ/۲۵} + \underbrace{\frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۱۶}}_{\circ/۲۵} = \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\circ/۲۵}$ به روش نمودار درختی نیز به تناسب نمره تعلق گیرد.	۱۷
سپاس و خداقوت خدمت همکار گرامی		

سؤالات آزمون درس : ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	نوبت: خرداد - شهریور	شماره ۲
ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر نقطه $A(1, 4)$ روی نمودار $y = f(x)$ باشد، آنگاه نقطه متناظر A روی نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$، نقطه $\left(\frac{1}{2}, -7\right)$ است. ب) اگر f تابعی صعودی باشد، آنگاه آهنگ تغییر متوسط آن، قطعاً صعودی است. ج) کمترین مقدار تابع $y = -4 \cos(\pi x) + 2$ برابر -4 است. د) اگر $f(x) = x$ باشد، آنگاه $f'(0)$ وجود ندارد. ه) شکل حاصل از دوران یک پاره خط، حول محوری که بر آن عمود باشد، یک دایره است.			۱/۲۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.. الف) تابع $y = x + x$ در بازه ثابت است. ب) اگر $f(3) = 4$ و $g(-1) = 4$ باشد، آنگاه مقدار $f^{-1} \circ g$ به ازای $x = -1$ برابر است. ج) باقی مانده تقسیم $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 7x - 1$ بر $x - 1$ برابر است با د) از دوران دایره حول هر یک از قطرهای آن بوجود می آید. ه) دو تاس سفید و سیاه را پرتاب می کنیم، اگر بدانیم تاس سفید ۵ آمده است، احتمال این که مجموع دو تاس ۸ باشد، برابر است با			۱/۲۵
۳	توابع $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده اند، دامنه $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.			۱/۲۵
۴	الف) معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید. ب) قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ رسم شده است، مقادیر a، b و c را به دست آورید. 			۲
۵	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 2}{x^2 - 2x + 1}$			۱/۵

۶	با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a, b, c, d را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید.	<table><tr><th>x</th><th>$f'(x)$</th></tr><tr><td></td><td>$0/5$</td></tr><tr><td></td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>$-0/5$</td></tr><tr><td></td><td>-2</td></tr></table> 	x	$f'(x)$		$0/5$		2		$-0/5$		-2
x	$f'(x)$											
	$0/5$											
	2											
	$-0/5$											
	-2											
۷	الف) نمودار f را رسم کنید. ب) مشتق آن را در بازه $(0, 1)$ بررسی کنید.	$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ x + 2 & 0 < x < 1 \\ 3x + 2 & x \leq 0 \end{cases}$ با توجه به نمودار $0 < x < 1$										
۸	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)	$y = \sqrt{\left(\frac{2x^2 + x}{x}\right)^4}$										
۹	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - 5t + 1$ بر حسب متر و در بازه زمانی $[0, 4]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ با هم برابرند؟											
۱۰	الف) نقاط بحرانی تابع f را بیابید. ب) نقاط اکسترمم و نوع اکسترمم‌ها را مشخص کنید.	تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در نظر بگیرید.										
۱۱	نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + \frac{4}{x}$ را در بازه $[-3, -1]$ به دست آورید.											
۱۲	با 150° متر نرده، زمینی مستطیلی شکل را در کنار رودخانه‌ای محصور می‌کنیم. بیش‌ترین مساحت ممکن برای آن زمین چقدر است؟											
۱۳	شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع قائمه ۲ و $2\sqrt{3}$ واحد، حول وتر چه شکلی است؟											
۱۴	الف) فاصله کانونی بیضی ب) مختصات مرکز بیضی ج) معادله قطر بزرگ بیضی	کانون‌های یک بیضی نقاط $(2, 4)$ و $(2, -4)$ است. موارد زیر را بیابید.										
۱۵	دو دایره به معادله $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ و $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟											
۱۶	در جعبه A ، ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B ، ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب و یک مهره را به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد؟											
۲۰	جمع	موفق باشید										

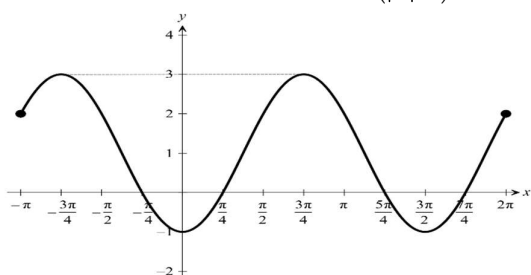
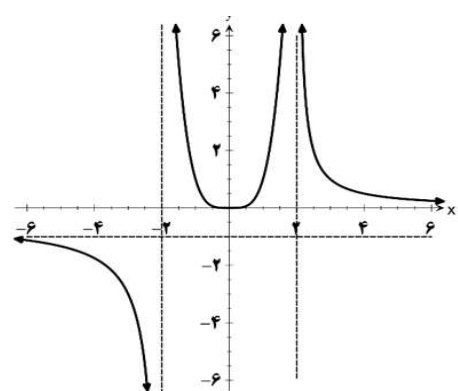
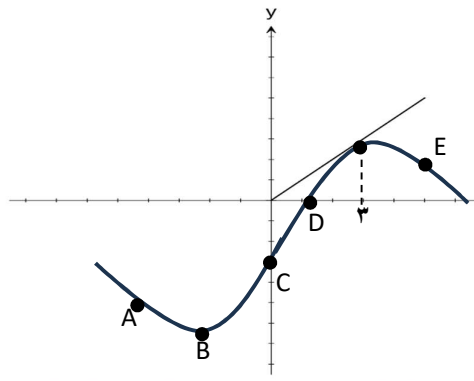
شماره ۲		نوبت: خرداد - شهریور	رشته: علوم تجربی	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: ریاضی ۳
نمره	راهنمای نمره گذاری				ردیف
۱/۲۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵) ه) درست (۰/۲۵)				۱
۱/۲۵	الف) $(-\infty, 0]$ (۰/۲۵) ب) ۳ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) د) کره (۰/۲۵) ه) $\frac{1}{36}$ (۰/۲۵)				۲
۱/۲۵	$D_f = R - \{1\}$ (۰/۲۵) , $D_g = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \underbrace{\left\{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\right\}}_{(۰/۲۵)} = \left\{x \mid x \in [0, +\infty), \sqrt{x} \in R - \{1\}\right\}$ (۰/۲۵) $\left(\sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow \boxed{x \neq 1}\right)$ $= [0, +\infty) - \{1\} = [0, 1) \cup (1, +\infty)$ (۰/۲۵)				۳
۲	الف) $2 \sin x \cos x = \frac{2}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} & (۰/۲۵) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{5\pi}{12} & (۰/۲۵) \end{cases}$ ب) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{4\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = \frac{6}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$ (۰/۲۵) $\begin{cases} - a + c = 0 \\ a + c = 2 \end{cases} \longrightarrow 2c = 2 \rightarrow c = 1$ (۰/۲۵) $- a + c = 0 \longrightarrow a = c \longrightarrow a = 1 \rightarrow a = 1$ (۰/۲۵)				۴
۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{x-4}}{\underbrace{(\cancel{x-4})(x+4)(\sqrt{x}+2)}} = \frac{1}{\underbrace{8 \times 4}} = \frac{1}{32}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{(x-1)^2} = \frac{-1}{\underbrace{0^+}} = -\infty$ (۰/۲۵)				۵

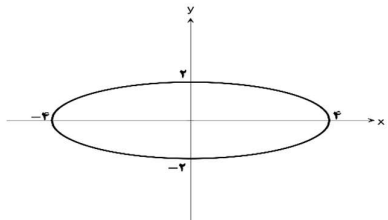
۶	هر مورد (۰/۲۵)	<table><tr><td>x</td><td>$f'(x)$</td></tr><tr><td>c</td><td>۰/۵</td></tr><tr><td>b</td><td>۲</td></tr><tr><td>a</td><td>-۰/۵</td></tr><tr><td>d</td><td>-۲</td></tr></table>	x	$f'(x)$	c	۰/۵	b	۲	a	-۰/۵	d	-۲
x	$f'(x)$											
c	۰/۵											
b	۲											
a	-۰/۵											
d	-۲											
۷	الف) هر قسمت از رسم نمودار (۰/۲۵) در مجموع (۰/۷۵)	 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ x + 2 & 0 < x < 1 \\ 2x + 2 & x \leq 0 \end{cases}$ ب) تابع در (۰, ۱) مشتق پذیر است. زیرا در این بازه پیوسته است و حد آن در تمام نقاط بازه موجود است. (۰/۵)										
۸	۱/۵	$y = \sqrt[n]{u^m} \Rightarrow y' = \frac{m \times u'}{n \sqrt[n]{u^{n-m}}} \quad (۰ / ۲۵)$ مشتق صورت (محاسبه mu'): $\frac{4 \left((4x+1)x - 1(2x^2+x) \right)}{\underbrace{x^2}_{(۰/۲۵)}} = \frac{4 \left(4x^2+x-2x^2-x \right)}{\underbrace{x^2}_{(۰/۲۵)}} = \frac{4 \times 2x^2}{x^2} = ۸ \quad (۰ / ۲۵)$ $y = \sqrt{\left(\frac{2x^2+x}{x} \right)^4} \Rightarrow y' = \frac{۸}{\underbrace{2 \sqrt{\left(\frac{2x^2+x}{x} \right)^{-2}}}_{(۰/۲۵)}} = 4 \times \underbrace{\left \frac{2x^2+x}{x} \right }_{(۰/۲۵)}$										
۹	۰/۷۵	$\left. \begin{aligned} \text{سرعت متوسط} &= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{۱۳ - ۱}{4} = ۳ \quad (۰ / ۲۵) \\ \text{سرعت لحظه‌ای} &= f'(t) = 4t - ۵ \quad (۰ / ۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4t - ۵ = ۳ \Rightarrow 4t = ۸ \Rightarrow \underbrace{t = ۲}_{(۰/۲۵)}$										

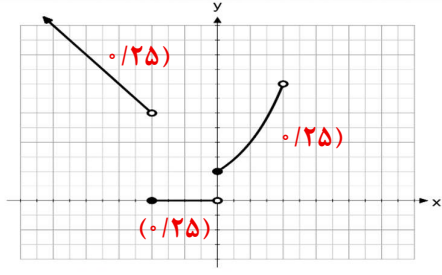
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (۰/۲۵)} \\ x = 2 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ الف) ب) $\begin{array}{c ccc} x & 0 & 2 & \\ \hline f(x) & + & - & + \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{نقطه ماکزیمم نسبی (۰,۱) (۰/۲۵)} \\ \text{نقطه مینیمم نسبی (۲, -۳) (۰/۲۵)} \end{array}$ (۰/۵)	۱۰
۱/۲۵	$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} \quad (۰/۲۵) \quad f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $-2 \in [-3, -1] \quad 2 \notin [-3, -1]$ $f(-3) = -\frac{13}{3}$ $f(-2) = -4 \Rightarrow \underbrace{f(-1) < f(-3) < f(-2)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{نقطه ماکزیمم مطلق (-۲, -۴) (۰/۲۵)} \\ \text{نقطه مینیمم مطلق (-۱, -۵) (۰/۲۵)} \end{array}$ $f(-1) = -5$	۱۱
۱	$2(x + y) = 15^\circ \Rightarrow x + y = \frac{15^\circ}{2} \quad (۰/۲۵)$ از طرفی چون می دانیم مساحت مستطیل در صورتی ماکزیمم است که مقدار طول و عرض برابر باشد، در نتیجه x را مساوی y قرار می دهیم: $x + y = \frac{15^\circ}{2} \xrightarrow{x=y} 2x = \frac{15^\circ}{2} \Rightarrow x = \frac{15^\circ}{4} \quad (۰/۲۵)$ $S = x \times y \quad (۰/۲۵)$ $S = \frac{15^\circ}{4} \times \frac{15^\circ}{4} = 140.6 / 25 \quad (۰/۲۵)$	۱۲
۰/۵	دو مخروط با قاعده مشترک (۰/۵) 	۱۳
۱/۲۵	الف) $FF' = 4 - (-4) = 8 \quad (۰/۲۵) \quad 2c = 8 \Rightarrow c = 4 \quad (۰/۲۵)$ ب) $O \begin{cases} \frac{2+2}{2} = 2 \quad (۰/۲۵) \\ \frac{4+(-4)}{2} = 0 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ ج) $x = 2 \quad (۰/۲۵)$	۱۴

۱/۲۵	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow O \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}, r = 2 \quad (0/25)$ $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0 \Rightarrow O' \begin{vmatrix} -\frac{a}{2} = 3 \\ -\frac{b}{2} = 2 \end{vmatrix} \quad (0/25)$ $r' = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16 - 44} = \frac{1}{2} \sqrt{8} = \sqrt{2} \quad (0/25)$ $d = OO' = \sqrt{(3-3)^2 + (2-2)^2} = 0 \rightarrow \text{دو دایره هم مرکزند.} \quad (0/25)$	۱۵
۱/۵	$P(M) = P(A).P(M A) + P(B).P(M B) \quad (0/25)$ $P(M) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{3}{16} + \frac{1}{6} = \frac{17}{48} \quad (0/25)$ به روش نمودار درختی نیز به تناسب نمره تعلق گیرد.	۱۶
سپاس و خداقوت خدمت همکار گرامی		

سؤالات آزمون درس : ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	نوبت: خرداد - شهریور	شماره ۳
ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر تابعی روی دامنه خود یکنوا نباشد، آنگاه روی هر زیر مجموعه از دامنه خود یکنوا نیست. ب) چند جمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله‌ای $x + 2$ بخش پذیر است. پ) اگر $k > 0$، نمودار تابع $y = f(kx)$ از انبساط نمودار تابع $y = f(x)$ در راستای محور افقی به دست می‌آید.			
۲	گزینه مناسب را از درون پرانتز انتخاب کنید. الف) اگر تابعی اکیداً صعودی باشد، آهنگ تغییرات متوسط آن همواره است. (مثبت، نامنفی) ب) اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x-1}$، آنگاه دامنه تابع $f \circ f^{-1}$ برابر است. $((-\infty, 1], [1, +\infty))$ پ) اگر نقطه $(2, 4)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، آنگاه مقدار b برابر است. $(-2, -3)$			
۳	گزینه مناسب را انتخاب کنید. الف) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{(a-1)x^2 - 1} = -2$ مقدار a برابر است با: ۱) ۲ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ۱ ب) اگر دوره تناوب تابع $y = -\cos\left(\frac{b}{2}x\right) + 1$ برابر ۴ باشد، دوره تناوب تابع $y = 2 \sin(-2bx)$ برابر است با: ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) 2π ۳) ۱ ۴) $\frac{\pi}{2}$ پ) وضعیت نقطه $(3, 1)$ نسبت به دایره $x^2 + (y-1)^2 = 3$ کدام است؟ ۱) درون دایره است (غیر از مرکز) ۲) بیرون دایره است ۳) روی دایره است ۴) مرکز دایره است			
۴	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x & , x < -2 \\ x+ x & , -2 \leq x < 0 \\ 2^x & , 0 \leq x < 2 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس بزرگترین بازه‌ای که در آن نمودار تابع صعودی و بزرگترین بازه‌ای که در آن نمودار تابع نزولی است را مشخص کنید.			
۵	با توجه به نمودار توابع f و g، مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $f^{-1} \circ g(4)$ ب) $g \circ f^{-1}(-6)$			

۱/۲۵	نمودار زیر مربوط به تابع مثلثاتی $y = a \sin(bx) + c$ یا $y = a \cos(bx) + c$ است. با دقت در نمودار، مقادیر a, b, c را مشخص کنید، سپس ضابطه تابع سینوسی به معادله $y = -a \sin(b x) + 2c$ را بنویسید.	۶										
												
۱/۲۵	الف) اگر $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ باشد، آنگاه مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ را به دست آورید. ب) معادله مثلثاتی $\sin 2x - \sin x = 0$ را حل کنید.	۷										
۱/۲۵	با توجه به نمودار تابع f ، حدهای زیر را محاسبه کنید.	۸										
	الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{f(x)} = \dots$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 1) = \dots$ 											
۰/۷۵	با توجه به نمودار داده شده، پاسخ ستون سمت چپ کدامیک از نقاط ستون سمت راست است؟ <table border="1" data-bbox="217 1163 647 1457"><tr><td>$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$</td><td>A</td></tr><tr><td>$f(a) \times f'(a) > 0$</td><td>B</td></tr><tr><td>$f'(3) \times f(a) = 0$</td><td>C</td></tr><tr><td></td><td>D</td></tr><tr><td></td><td>E</td></tr></table> 	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$	A	$f(a) \times f'(a) > 0$	B	$f'(3) \times f(a) = 0$	C		D		E	۹
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$	A											
$f(a) \times f'(a) > 0$	B											
$f'(3) \times f(a) = 0$	C											
	D											
	E											
۱/۲۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & , x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & , x > 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱۰										

۱۱	به کمک قواعد مشتق، مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{2x}(3x^2 - 2x)$ ب) $g(x) = \frac{(5-x)^2}{4x+1}$	۱/۷۵
۱۲	اگر $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$، آنگاه مقدار عبارت $(-1)(3f + 2g)'$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	تابع $f(x) = 4 - x^2$ را در بازه $[-3, 2]$ رسم کنید، سپس با توجه به نمودار نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع را در این بازه مشخص کنید.	۱
۱۴	هزینه سوخت یک قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت v کیلومتر بر ساعت، برابر $320v^2$ تومان است. همچنین سایر هزینه‌ها برای هر ساعت، صرف نظر از سرعت قطار، برابر 800000 تومان است. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلومتر، کمترین مقدار ممکن باشد.	۱/۷۵
۱۵	یک سطح مخروطی توسط صفحه P برش داده می‌شود. در هر مورد زیر، به طور مختصر توضیح دهید در چه حالتی سطح مقطع حاصل: الف) سهمی است. ب) بیضی است.	۱
۱۶	در بیضی افقی رو به رو با مرکز مبدا مختصات، خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید. 	۱
۱۷	در یک مدرسه تعداد دانش آموزان رشته ریاضی دو برابر تعداد دانش آموزان رشته تجربی است. ۱۰ درصد دانش آموزان رشته ریاضی و ۷ درصد دانش آموزان رشته تجربی به بازیگری علاقه دارند. دانش آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی به بازیگری علاقه دارد؟	۱/۵
موفق باشید		۲۰

شماره ۳	نوبت: خرداد - شهریور	رشته: علوم تجربی	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون درس: ریاضی ۳
نمره	راهنمای نمره گذاری			ردیف
۰/۷۵	الف) نادرست (۰/۲۵)	ب) درست (۰/۲۵)	پ) نادرست (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	الف) مثبت (۰/۲۵)	ب) $(-\infty, 1]$ (۰/۲۵)	پ) -3 (۰/۲۵)	۲
۱/۵	الف) گزینه ۳ (۰/۵)	ب) گزینه ۳ (۰/۵)	پ) گزینه ۲ (۰/۵)	۳
۱/۲۵	 بزرگترین بازه نزولی $(-\infty, 0)$ (۰/۲۵) بزرگترین بازه صعودی $[-2, 2]$ (۰/۲۵)			۴
۱	الف) $f^{-1} \circ g(4) = f^{-1}(g(4)) = \underbrace{f^{-1}(2)}_{(۰/۲۵)} = -4$ (۰/۲۵) ب) $g \circ f^{-1}(-6) = g(f^{-1}(-6)) = \underbrace{g(4)}_{(۰/۲۵)} = 2$ (۰/۲۵)			۵
۱/۲۵	$T = \frac{5\pi}{4} - \left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow T = \frac{3\pi}{ b } = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{4}{3}$ (۰/۲۵) $a = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$ (۰/۲۵) $c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$ (۰/۲۵) $y = 2 \sin\left(\frac{4}{3}x\right) + 2$ (۰/۲۵)			۶
۱/۲۵	روش اول: $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۰/۲۵) الف) $\cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (۰/۲۵) ب) روش دوم: $\cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \underbrace{2 \sin x \cdot \cos x}_{(۰/۲۵)} - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0, \cos x = \frac{1}{2}$			۷

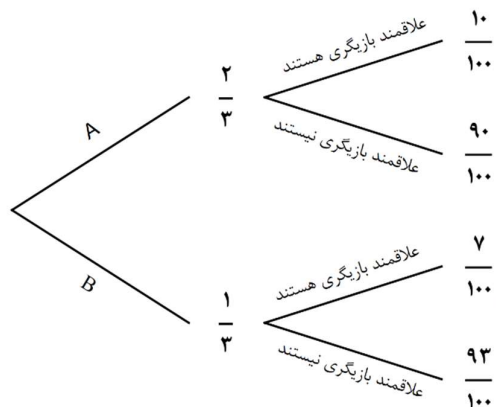
	$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \left(\circ / ۲۵ \right), \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{3} \left(\circ / ۲۵ \right)$							
۱/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty \left(\circ / ۲۵ \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{f(x)} = \frac{3}{\underbrace{0^+}_{(\circ / ۲۵)}} = +\infty \left(\circ / ۲۵ \right)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 1 = \underbrace{-1}_{(\circ / ۲۵)} - 1 = -2 \left(\circ / ۲۵ \right)$	۸						
۰/۷۵	<table><tr><td>$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$</td><td>$B \left(\circ / ۲۵ \right)$</td></tr><tr><td>$f(a) \times f'(a) > 0$</td><td>$A \left(\circ / ۲۵ \right)$</td></tr><tr><td>$f'(3) \times f(a) = 0$</td><td>$D \left(\circ / ۲۵ \right)$</td></tr></table>	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$	$B \left(\circ / ۲۵ \right)$	$f(a) \times f'(a) > 0$	$A \left(\circ / ۲۵ \right)$	$f'(3) \times f(a) = 0$	$D \left(\circ / ۲۵ \right)$	۹
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$	$B \left(\circ / ۲۵ \right)$							
$f(a) \times f'(a) > 0$	$A \left(\circ / ۲۵ \right)$							
$f'(3) \times f(a) = 0$	$D \left(\circ / ۲۵ \right)$							
۱/۲۵	$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \left(\circ / ۲۵ \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0 \left(\circ / ۲۵ \right)$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - x}{x(x - 1)} \left(\circ / ۲۵ \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1 \left(\circ / ۲۵ \right)$ تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. $(\circ / ۲۵)$	۱۰						
۱/۷۵	الف) $f'(x) = \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{2x}}(3x^2 - 2x)}_{(\circ / ۵)} + \underbrace{\sqrt{2x}(6x - 2)}_{(\circ / ۲۵)}$ ب) $g'(x) = \frac{\underbrace{-2(5 - x) \times (4x + 1)}_{(\circ / ۵)} - \underbrace{4(5 - x)^2}_{(\circ / ۲۵)}}{\underbrace{(4x + 1)^2}_{(\circ / ۲۵)}}$	۱۱						
۱	$f(x) = x = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(-1) = -1 \left(\circ / ۲۵ \right) \quad g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \left(\circ / ۲۵ \right)$ $(2f + 3g)'(-1) = 2f'(-1) + 3g'(-1) = 2(-1) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = -1 \left(\circ / ۲۵ \right)$	۱۲						

۱	نقاط $x = -3$, $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$ نقاط بحرانی نمودار تابع هستند. (۰/۵) نقاط $x = 2$ و $x = -2$ نقاط مینیمم مطلق (۰/۲۵) و نقطه $x = -3$ تنها نقطه ماکزیمم مطلق (۰/۲۵) نمودار تابع است.	۱۳
۱/۷۵	هزینه t ساعت حرکت قطار : $C(t) = ۸۰۰۰۰ \cdot t + (۳۲۰ \cdot v^۲) t$ (۰/۲۵) هزینه x کیلومتر حرکت قطار : $C(x) = ۸۰۰۰۰ \cdot \left(\frac{x}{v}\right) + (۳۲۰ \cdot v^۲) \left(\frac{x}{v}\right)$ (۰/۲۵) هزینه ۱ کیلومتر حرکت قطار : $C(v) = \frac{۸۰۰۰۰}{v} + ۳۲۰ \cdot v$ (۰/۲۵) $C'(v) = \frac{-۸۰۰۰۰}{v^۲} + ۳۲۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C'(v) = 0 \Rightarrow v = \pm ۵۰$ (۰/۲۵) نقطه ۵۰ مینیمم مطلق است (۰/۲۵) پس اگر قطار با سرعت ثابت $v = ۵۰$ حرکت کند کمترین مقدار هزینه در یک کیلومتر را خواهد داشت. (۰/۲۵)	۱۴
۱	الف) اگر صفحه P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل سهمی است. (۰/۵) ب) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد، با مولد موازی نباشد، تنها یک مخروط را قطع کند و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل بیضی است. (۰/۵)	۱۵
۱	$a = ۴$, $b = ۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow c^۲ = ۴^۲ - ۲^۲ = ۱۲ \Rightarrow c = ۲\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) $e = \frac{c}{a}$ (۰/۲۵) $= \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵)	۱۶

فرض کنیم مجموعه دانش آموزان رشته ریاضی این مدرسه A و مجموعه دانش آموزان رشته تجربی این مدرسه B باشد.

روش اول:

$$n(A) + n(B) = n(S) \quad n(A) = 2n(B) \Rightarrow p(A) = \frac{2}{3}, p(B) = \frac{1}{3}$$



اگر پیشامد E مربوط به دانش آموزان علاقمند به بازیگری باشد، آنگاه

$$p(E) = \underbrace{\frac{2}{3} \times \frac{10}{100}}_{(0/5)} + \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{7}{100}}_{(0/5)} = \frac{9}{100} \quad (0/25)$$

رسم نمودار درختی (0/25)

روش دوم:

$$n(A) + n(B) = n(S) \quad n(A) = 2n(B) \Rightarrow p(A) = \frac{2}{3}, p(B) = \frac{1}{3}$$

$$p(E) = \underbrace{p(A) \times p(E|A)}_{(0/25)} + \underbrace{p(B) \times p(E|B)}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{2}{3} \times \frac{10}{100}}_{(0/5)} + \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{7}{100}}_{(0/5)} = \frac{9}{100} \quad (0/25)$$

سپاس و خداقوت خدمت همکار گرامی