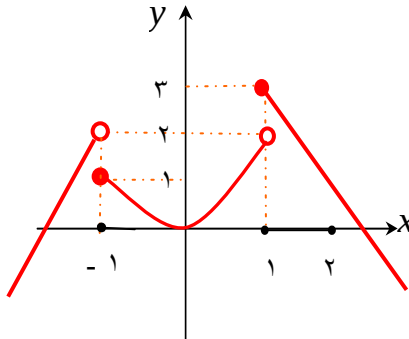


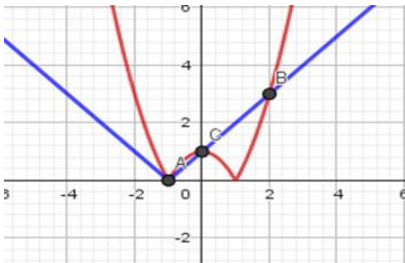
سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = x$ با هم برابر هستند. ب) رابطه $\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) + \sin(\pi + \theta) = 0$ همواره برقرار است. پ) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک، همواره عددی منفی است. ت) تابع $f(x) = [x]$ در نقاط صحیح، پیوستگی راست دارد.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) تعداد کل وترهایی که با ۳۰ نقطه روی محیط دایره ساخته می شود برابر با است. ب) مقدار $\cos(22^\circ) \sin(22^\circ)$ برابر است. پ) برد تابع $f(x) = 2^x + 1$ بازه می باشد. ت) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ شامل همسایگی محذوف نقطه است.	۱
۳	گزینه صحیح را در هر مورد انتخاب کنید. الف) اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 - x + 4 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲ ب) کدامیک از معادلات زیر ضابطه یک تابع را مشخص نمی کند؟ (۱) $y = x - 1$ (۲) $y^2 = x^2$ (۳) $y = -2$ (۴) $x^2 + y^2 = 0$ ج) اگر $[x - 1] = 3$ باشد، آنگاه محدوده ی x کدام است؟ (۱) $[2, 3]$ (۲) $[2, 3)$ (۳) $[4, 5)$ (۴) $[1, 2)$ د) انتهای کمان $-\frac{7\pi}{3}$ در کدام ربع دایره مثلثاتی می باشد. (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم	۱
۴	جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ می باشد. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع برابر با ۵۱۱ شود؟	۱
۵	دایره ای بین دو خط موازی $d_1: 3x + 4y = 3$ و $d_2: 6x + 8y + 14 = 0$ مماس می باشد. مساحت این دایره را به دست آورید.	۱

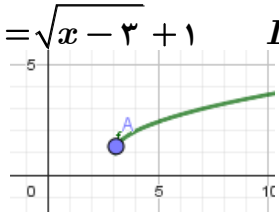
۶	معادله $ x^2 - 1 = x + 1 $ را به دو روش هندسی و جبری حل کنید.	۲
۷	تابع $f(x) = \sqrt{x-3} + 1$ را رسم کنید و ضابطه وارون آن را به دست آورید. دامنه و برد تابع وارون را به دست آورید.	۱/۲۵
۸	توابع $f = \{(1, 2), (2, -2), (0, 4), (5, 0)\}$ و $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ مفروض می‌باشند. $\begin{cases} g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ g(n) = 2n \end{cases}$ الف) تابع $\frac{g}{f}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. ب) دامنه تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف، بنویسید.	۱/۲۵
۹	معادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را در صورت وجود بنویسید. $\log(x-2) + \log(x-4) = 3 \log(2)$	۱/۵
۱۰	مقادیر نسبت‌های مثلثاتی زیر را به دست آورید. الف) $\sin(-855^\circ)$ ب) $\tan\left(\frac{22\pi}{3}\right)$	۱/۵
۱۱	پاندول یک ساعت دیواری به طول ۳۰ سانتی متر، در هر ثانیه به اندازه ۷۰ درجه حرکت میکند. طول کمان طی شده انتهای پاندول، چند سانتی متر است؟ $\pi \approx 3$	۱
۱۲	نمودار تابع $y = \left \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right - 2$ را در یک دوره تناوب رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.	۱
۱۳	نمودار f تابع به صورت مقابل داده شده است. موارد زیر را پاسخ دهید: الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = ?$ ب) آیا تابع در بازه $[0, 1]$ پیوسته است؟ چرا؟	

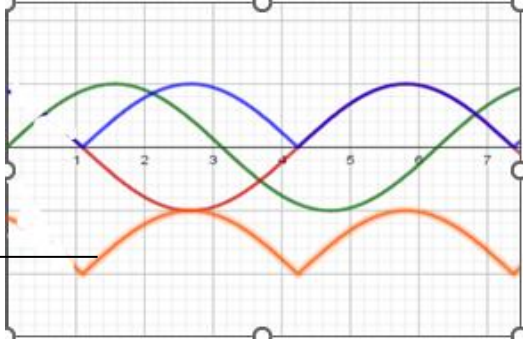
۳	حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 5x + 6}{ x - 3 } =$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2} =$	۱۴
۱/۵	مقادیر a, b را چنان تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x - 2a & x < 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ \frac{\sin x}{2x} & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$، پیوسته باشد.	۱۵
۲۰	موفق باشید	جمع

پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) درست	۱
۲	الف) ۴۳۵ ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ پ) $1, +\infty$ ت) صفر	۱
۳	الف) گزینه ۲ ب) گزینه ۲ پ) گزینه ۳ ت) گزینه ۴	۱
۴	تمرین ۵ صفحه ۶ $a_n = 2^{n-1} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ r = 2 \end{cases} \quad 0.25 \quad , \quad s_n = 511 \quad s_n = \frac{a \cdot r^n - 1}{r - 1} \quad 0.25 \rightarrow$ $s_n = \frac{1 \cdot 2^n - 1}{2 - 1} = 511 \rightarrow 2^n - 1 = 511 \rightarrow 2^n = 512 = 2^9 \quad 0.25 \rightarrow n = 9$	۱
۵	تمرین ۵ صفحه ۳۵ $\begin{cases} d_1 : 3x + 4y - 3 = 0 \rightarrow \times 2 \rightarrow 6x + 8y - 6 = 0 \\ d_2 : 6x + 8y + 14 = 0 \end{cases} \quad 0.25$ $0.25 \quad d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 14 - -6 }{\sqrt{36 + 64}} = \frac{20}{10} = 2$ $\Rightarrow r = 1 \quad 0.25 \Rightarrow s = \pi r^2 = \pi \quad 0.25$	۱
۶	کاردرکلاس ۱ صفحه ۲۷ $ x^2 - 1 = x - 1 \rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad 0.5$ 	۲

معادله ۳ جواب دارد. (۰, ۵)

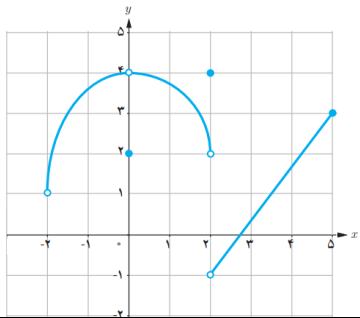
	$ x^2 - 1 = x + 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = x + 1 \quad \cdot.25 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\ x = 2, x = -1 \quad \cdot.25 \\ x^2 - 1 = -x - 1 \quad \cdot.25 \rightarrow x^2 + x = 0 \\ x = 0, x = -1 \quad \cdot.25 \end{cases}$	معادله ۳ جواب دارد	
۱/۵	$f(x) = \sqrt{x-3} + 1 \quad D_f = [3, +\infty), R_f = [1, +\infty)$  (۰/۲۵) (۰/۲۵) $y = \sqrt{x-3} + 1 \rightarrow y-1 = \sqrt{x-3} \rightarrow (y-1)^2 = x-3 \rightarrow (y-1)^2 + 3 = x$ $f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 3 \quad \cdot.25 \rightarrow D_f = [1, +\infty) \quad \cdot.25, R_f = [3, +\infty) \quad \cdot.25$	تمرین ۳ صفحه ۶۲	۷
۱/۲۵	الف) $\frac{g}{f} = \{(1,1), (2,-2)\}$ (۰,۷۵) ب) $D_{fog} = \{n \in \mathbb{N} : 2n \in \{1, 2, 5, 0\}\} = \{1\}$ (۰,۵)	تمرین صفحه ۶۹	۸
۱/۵	تمرین صفحه ۹۰ $\log(x-2) - \log(x-4) = \log 8 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 8 \rightarrow x^2 - 6x = 0 \rightarrow x = 0, x = 6$ (۰,۵) (۰,۲۵) (۰,۲۵) (۰,۲۵) (۰,۲۵) $x = 0$ غ ق ق		۹
۱/۵	الف) $\sin -855 = -\sin 855 = -\sin 2 \times 360 + 135 = -\sin 135$ (۰,۲۵) (۰,۲۵) $= \sin 180 - 45 = -\sin 45 = \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad (۰,۲۵)$ ب) $\tan\left(\frac{22\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{21\pi + \pi}{3}\right) = \tan\left(7\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ (۰,۵) (۰,۲۵)	تمرین صفحه ۱۰۴	۱۰
۱	$\frac{70}{180} = \frac{\theta}{\pi} \rightarrow \theta = \frac{70\pi}{180} \quad \cdot.5, \quad l = r\theta \rightarrow l = 30 \times \frac{70 \times \pi}{180} = 35cm \quad \cdot.5$	صفحه ۹۴	۱۱

۱	تمرین صفحه ۱۰۹ (۰.۵) رسم شکل (۰.۵) برد $[-۲, -۱]$  شکل اصلی	۱۲
۷۵/	صفحه ۱۲۷ الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = ۲$ (۰.۲۵) ب) (۰.۵) خیر، چون تابع در $x = ۱$ پیوستگی چپ ندارد.	۱۳
۱	تمرین صفحه ۱۴۴ ۰.۲۵ $\lim_{x \rightarrow ۴} \frac{۲ - \sqrt{x}}{x - ۴} \times \frac{۲ + \sqrt{x}}{۲ + \sqrt{x}} = ۰.۵ = \lim_{x \rightarrow ۴} \frac{۴ - x}{x - ۴ (۲ + \sqrt{x})}$ ۰.۲۵ $\frac{-1}{۴}$ ۱ $\lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{x^۲ - ۵x + ۶}{ x - ۳ } = \lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{x - ۳}{-x - ۳} = ۰.۷۵ = -1$ ۰.۲۵ ۱ $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{1 - \cos ۲x}{۲x^۲} = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{۲ \sin^۲ x}{۲x^۲}$ ۰.۵ $= \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\sin x \times \sin x}{x \times x} = ۱$ ۰.۵	۱۴
۱/۵	صفحه ۱۴۸ هر مورد (۰.۲۵) $\lim_{x \rightarrow ۰^+} \frac{\sin x}{۲x} = \frac{1}{۲}$ $\lim_{x \rightarrow ۰^-} x - ۲a = -۲a$ $f(۰) = b - ۱$ $b - ۱ = -۲a = \frac{1}{۲}$ $\begin{cases} -۲a = \frac{1}{۲} \Rightarrow a = -\frac{1}{۴} & ۰.۲۵ \\ b - ۱ = \frac{1}{۲} \Rightarrow b = \frac{۳}{۲} & ۰.۲۵ \end{cases}$	۱۵

سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در دنباله $a_n = aq^{n-1}$ اگر $a \neq 0$ و $q \neq 1$ باشد، آن گاه مجموع n جمله اول آن از رابطه $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$ به دست می آید. ب) اگر خطوط d و d' با شیب های m و m' بر هم عمود باشند، آن گاه $mm' = 1$ و بر عکس. ج) هم دامنۀ تابع، شامل برد تابع است. د) در تابع یک به یک f، برای به دست آوردن نمودار f^{-1} کافی است قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط $y = -x$ به دست آوریم.	۱
۲	در جای خالی عبارات مناسب درج کنید. الف) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه ها از رابطه به دست می آید. ب) نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور است. ج) در تابع نمایی $f(x) = a^{-x}$ اگر $a > 1$ باشد، با افزایش مقدار x مقادیر $f(x)$ می یابند. د) اگر $k \in \mathbb{Z}$ باشد حاصل عبارت $\cos(2k\pi - \alpha)$ برابر است.	۱
۳	مجموع همه عددهای دو رقمی که در تقسیم بر ۶ باقی مانده ۱ دارند، را محاسبه کنید.	۱
۴	الف) نمودار توابع $f(x) = x+1$ و $g(x) = -(x-1)^2 + 4$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. ب) با استفاده از قسمت (الف)، به روش هندسی معادله $x+1 = -(x-1)^2 + 4$ را حل کنید.	۱/۵
۵	مقادیری از k را تعیین کنید، تا خط $kx + 3y = 5$ بر دایره ای به مرکز $O(-1, -2)$ و به شعاع ۳ مماس باشد.	۰/۷۵
۶	آیا توابع $f(x) = \frac{2x}{x^2}$ و $g(x) = \frac{2}{x}$ با هم برابرند؟ چرا؟ $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$	۰/۷۵

۷	نمودار توابع زیر را رسم کنید.	۱/۵												
۸	الف) $f(x) = [2x]$; $x \in [-1, 0)$ ب) $g(x) = 1 + \sqrt{2x + 6}$ ج) $h(x) = -2^x + 1$	۰/۵												
۹	با توجه به این که $f(x) = \sqrt{4 - x}$ و $g(x) = x^2 + 3$ باشد، در این صورت دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۱/۲۵												
۱۰	نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۲۵ سال است نمونه‌ای از این ماده ۶۴۰ گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۱۵۰ سال باقی می‌ماند را به دست آورید.	۱												
۱۱	الف) اگر نمودار تابع $f(x) = 2 + \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{3}, -2)$ عبور کند، آن‌گاه مقدار a را به دست آورید. ب) معادله $\log_3(x - 1) + \log_3(\frac{x}{2} + 1) = 2$ را حل کنید.	۱/۲۵												
۱۲	حاصل عبارت $\frac{\tan(225^\circ) + \cos(120^\circ)}{\sin(-330^\circ)}$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵												
۱۳	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، در این صورت، مقدار $\cos 2\alpha$ را تعیین کنید.	۱												
۱۴	نمودار تابع $f(x) = \sin x $ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱/۷۵												
۱۵	تابع $f(x) = \frac{[x] - 2}{x - 2}$ مفروض است با کامل کردن جدول زیر، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ را در صورت وجود به دست آورید. <table><tr><td>x</td><td>$2/1$</td><td>$2/0.1$</td><td>$2/0.01$</td><td>$2/0.001$</td><td>$\rightarrow 2^+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>?</td></tr></table>	x	$2/1$	$2/0.1$	$2/0.01$	$2/0.001$	$\rightarrow 2^+$	$f(x)$	...	...	...	...	?	۱/۲۵
x	$2/1$	$2/0.1$	$2/0.01$	$2/0.001$	$\rightarrow 2^+$									
$f(x)$	...	...	...	...	?									
۱۶	نمودار تابع $y = f(x)$ را در نظر بگیرید: الف) تعیین کنید تابع f در همسایگی راست کدام عدد تعریف شده و در هیچ همسایگی چپ آن عدد تعریف نشده است؟	۱												

	ب) حدود زیر به دست آورید. $a) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ $b) \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 	
۱/۵	حد های زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 + 5x}$	۱۷
۱/۲۵	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = (x^2 - a)[x]$ در $x = 4$ پیوسته باشد.	۱۸
۲۰	جمع موفق باشید	

پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

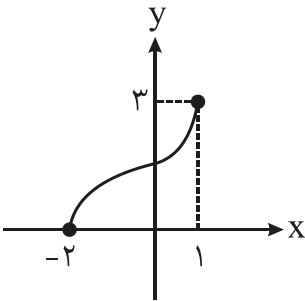
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) نتیجه فعالیت صفحه ۵ (ب) نادرست (۰/۲۵) نکته صفحه ۳۱ ج) درست (۰/۲۵) تعریف صفحه ۳۹ (د) نادرست (۰/۲۵) نکته صفحه ۵۸	۱
۲	الف) $S = \frac{-b}{a}$ (۰/۲۵) نتیجه فعالیت صفحه ۸ (ب) x ها (۰/۲۵) نتیجه فعالیت صفحه ۳۷ ج) کاهش (۰/۲۵) کاردرکلاس صفحه ۷۷ (د) $\cos \alpha$ (۰/۲۵) نتیجه صفحه ۱۰۱	۱
۳	$a = 13, a_n = 6n + 7 = 97 \Rightarrow n = 15$ (۰/۲۵) $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(26 + 14(6)) = 825$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) مشابه تمرین ۲ صفحه ۶	۱
۴	الف) رسم نمودار f (۰/۵) و رسم نمودار g (۰/۵) ب) با توجه به نمودارهای f و g طول نقاط برخورد دو نمودار جواب است لذا جواب ها ۱- و ۲ می باشد (۰/۵) مشابه مثال حل شده صفحه ۱۴	۱/۵
۵	$k = \frac{-5}{4}$ یا k $r = \frac{ k(-1) + 3(-2) - 5 }{\sqrt{(k)^2 + (-3)^2}} = 3 \Rightarrow 3\sqrt{k^2 + 9} = k + 11 \Rightarrow 8k^2 - 22k - 40 = 0 \Rightarrow k = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) مشابه تمرین ۵ صفحه ۳۵	۰/۷۵
۶	خیر زیرا $D_f = (0, +\infty)$ و $D_g = \mathbb{R}$ با هم برابر نمی باشد. (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) مشابه کاردرکلاس صفحه ۴۱	۰/۷۵
۷	الف) رسم هر قسمت نمودار (۰/۲۵) و جمعاً (۰/۵) کاردرکلاس صفحه ۵۱ ب) رسم نمودار g (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۴۷ ج) رسم نمودار h (۰/۵) مشابه کاردرکلاس صفحه ۷۶	۱/۵
۸	$(f.g)(3) = f(3)g(3) = 10 \times 3 = 30$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) مشابه کاردرکلاس صفحه ۶۶	۰/۵

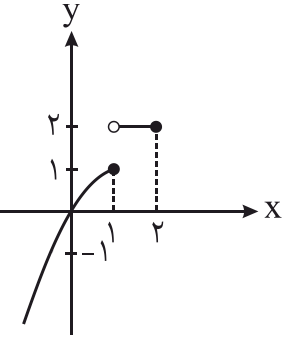
۱/۲۵	$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{1-x^2} \quad (۰/۲۵)$ $D_g = \mathbb{R} \quad (۰/۲۵)$ دامنه g و $x \leq +۴ \quad (۰/۲۵)$ دامنه f $D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3 \leq 4 \right\} = [-1, 1]$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۹
۱	$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow m(150) = 640 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 10$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)	۱۰
۱/۲۵	الف) $f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \Rightarrow \log_a \frac{1}{3} = -4 \Rightarrow \log_a 3 = 4 \Rightarrow a = \sqrt[4]{3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) یا $x = -5$ غیر قابل قبول ب) $\log_3 (x-1) \left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 1 = 9 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۱
۱/۷۵	$\frac{\tan 225^\circ + \cos 120^\circ}{\sin(-330^\circ)} = \frac{\tan 45^\circ - \cos 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{1 - 0.5}{0.5} = 1$ (۰/۷۵) (۰/۷۵) (۰/۲۵)	۱۲
۱	$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۳

۰/۷۵	به تناسب بارم توزیع گردد. (۰/۷۵) مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۹	۱۴												
۱/۲۵	<table><tr><td>x</td><td>$۲/۱$</td><td>$۲/۰.۱$</td><td>$۲/۰.۰۱$</td><td>$۲/۰.۰۰۱$</td><td>$\rightarrow ۲^+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\cdot$</td><td>$\cdot$</td><td>$\cdot$</td><td>$\cdot$</td><td>$?$</td></tr></table> (الف) (۱) $\lim_{x \rightarrow ۲^+} f(x) = ۰$ در نتیجه (۰/۲۵) مشابه مثال صفحه ۱۱۶	x	$۲/۱$	$۲/۰.۱$	$۲/۰.۰۱$	$۲/۰.۰۰۱$	$\rightarrow ۲^+$	$f(x)$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$?$	۱۵
x	$۲/۱$	$۲/۰.۱$	$۲/۰.۰۱$	$۲/۰.۰۰۱$	$\rightarrow ۲^+$									
$f(x)$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$?$									
۱	الف) $x = -۲$ (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۱۲۰ ب) $a) \lim_{x \rightarrow \cdot} f(x) = ۴$ (۰/۲۵) $b) \lim_{x \rightarrow ۲} f(x) =$ وجود ندارد (۰/۲۵) قسمتی از تمرین ۱ صفحه ۱۲۷	۱۶												
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x^۲ - ۴}{\sqrt{x + ۲} - \sqrt{۶ - x}} \times \frac{\sqrt{x + ۲} + \sqrt{۶ - x}}{\sqrt{x + ۲} + \sqrt{۶ - x}} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{(x + ۲)(\sqrt{x + ۲} + \sqrt{۶ - x})}{۲} = ۸$ (الف) (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵) مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۴۷ ب) $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sin ۲x}{x^۲ + ۵x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sin ۲x}{x(x + ۵)} = \frac{۲}{۵}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) مشابه کاردرکلاس صفحه ۱۴۳	۱۷												
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow ۴^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow ۴^+} f(x) = f(۴) \Rightarrow (۱۶ - a)(۳) = (۱۶ - a)(۴) \Rightarrow a = ۱۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵) مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۵۱	۱۸												

سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی (✓) یا نادرستی (×) عبارات زیر را مشخص کنید. الف) معادله $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4 - x^2} = 0$ دارای دو ریشه حقیقی می باشد. ب) مقدار $\tan 2$ عددی منفی است. پ) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است. ت) اگر حد تابع f در نقطه a موجود باشد و تابع g در a حد نداشته باشد، آنگاه تابع $f \cdot g$ در a حد ندارد.	۱
۲	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب کامل کنید. الف) در سهمی مقابل، $\alpha + \beta - \alpha\beta = 6$ می باشد. مقدار α/β برابر است. (α و β ریشه های سهمی می باشند). ب) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(5)$ است. پ) در تابع $f(x) = -3^x$ با افزایش مقدار x، مقادیر تابع f می یابد. ت) حد چپ تابع $f(x) = [x^2 - 4]$ در نقطه $x = -2$ برابر است.	۱
۳	حداقل چند جمله از دنباله $5, 9, 13, 17, \dots$ را با هم جمع کنیم تا مجموع بزرگ تر از ۲۳۰ گردد.	۱
۴	ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین با هم این کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟	۱
۵	معادله $ x - 3 = 2$ را حل کنید.	۰/۷۵
۶	توابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ مفروض است دامنه $(g \circ f)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱
۷	اگر نقاط سه رأس در مثلثی $C(0, -2)$ ، $B(-1, 0)$ و $A(2, 3)$ باشند، طول ارتفاع AH را به دست آورید.	۱

۰/۷۵	الف) اگر $f = \{(-۴, ۱), (-۳, ۴), (۰, ۲), (۴, ۰)\}$ و $g(x) = \sqrt{x+۳}$ ، مقدار $\frac{f}{g}(x)$ را به دست آورید.	۸
۱	ب) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $f^{-1} \circ f(x)$ را رسم کنید.	
		
۰/۵	معادله‌های زیر را حل کنید.	۹
۱	الف) $۳^x - ۱ = ۳۱$ ب) $\log_۲^x + \log_x^۲ = ۲$	
۱	اگر $\log ۲ = a$ و $\log ۳ = b$ ، حاصل $\log \sqrt{۰/۷۵}$ را بر حسب a ، b بنویسید.	۱۰
۰/۵	نمودار $y = -\log_۲(x-۱)$ را رسم کنید.	۱۱
۰/۵	اگر $\cos \beta = \frac{۳}{۵}$ باشد و کمان روبرو به زاویه β در ربع چهارم باشد، مقدار $\sin ۲\beta$ را به دست آورید.	۱۲
۱/۵	نمودار تابع مثلثاتی زیر را رسم کنید و برد آن را بنویسید.	۱۳
	$y = - \cos x + ۲$	
۱/۵	حاصل عبارت زیر را بیابید.	۱۴
	$\frac{\cos \frac{۷\pi}{۳} + ۲ \sin \frac{۱۷\pi}{۶}}{\sin ۲۴^\circ - \tan ۱۳۵^\circ}$	

۰/۵ ۰/۷۵	الف) حد تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = 1$ را در صورت وجود به دست آورید. ب) پیوستگی تابع در بازه‌های $(0, 2)$ و $(1, 2]$ را بررسی کنید. 	۱۵
۲	مقدار حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{1 + \cos x}{x + \pi}$	۱۶
۱/۲۵	مقدار a , b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin bx}{3x} & x > 0 \\ -a & x = 0 \\ [2x] + 3 & x < 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد.	۱۷
۲۰	جمع	موفق باشید

پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	درست یا نادرست بودن هر یک از موارد زیر را بدون ذکر دلیل مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x x $ با هم مساوی است. ب) اگر $a > b > 0$ آنگاه $\log_a b > \log_b a$. پ) برای هر دو عدد حقیقی a و b ، $ a + b \leq a + b $. ت) تساوی $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow +\infty} x}$ همواره برقرار است.	۱
۲	الف) مجموع ۲۰ جمله اول از دنباله ی $1, 2, 5, 8, \dots$ برابر است. ب) حاصل عبارت $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) + \sin \theta$ برابر با است. ج) حاصل عبارت $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ به سادترین شکل مربوط به صورت است. د) مقدار عبارت $\frac{[\sqrt{5} - 1]}{[1 - \sqrt{2}]}$ برابر با است.	۱
۳	جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = 3^{n-1}$ است چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا حاصل ۳۶۴ شود؟	۱
۴	فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $8x + 6y = k$ برابر ۴ است. مقدار k چقدر است؟	۱/۲۵
۵	ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین این کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای ماشین A لازم است تا آن به تنهایی انجام دهد؟	۱
۶	ضابطه تابع وارون $f(x) = \sqrt{x-2} + 3$ را به دست آورید سپس دامنه و برد تابع وارون را بیابید.	۱/۵
۷	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{x}{x-2}$ باشند، مطلوب است: الف) دامنه تابع $g \circ f$ را بدون تشکیل ضابطه تابع بدست آورید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. پ) حاصل $(1)(2f - g)$ را بیابید.	۲
۸	نمودار تابع $f(x) = -3^x + 2$ را رسم کنید.	۰/۷۵
۹	معادله $\log(x+2) + \log(x-1) = 2 \log x$ را حل کنید.	۱

۱	اگر $\log 3 \approx 0.477$ و $\log 2 \approx 0.301$ حاصل عبارت زیر را بیابید. الف) $\log 18$ ب) $\log 5$	۱۰
۱	طول برف پاک کن عقب اتومبیلی ۲۴ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن کمانی به اندازه ۱۲۰ درجه را طی می کند. (الف) $\pi = 3/14$ اندازه کمان را بر حسب رادیان بیابید. (ب) طول کمان طی شده در نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟	۱۱
۱	حاصل مقدار $\cos 75^\circ$ بیابید.	۱۲
۰/۵	نمودار $f(x) = \sin x $ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱۳
۱/۲۵	اگر $\cos x = \frac{3}{4}$ و x در ناحیه چهارم باشد مقدار $\sin 2x$ را بدست آورید.	۱۴
۰/۵ ۰/۵ ۰/۷۵	الف) آیا تابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ در نقطه $x = 2$ حد دارد؟ چرا؟ ب) نمودار یک تابع را رسم کنید که در یک همسایگی ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد ولی حد آن با مقدار تابع در نقطه ۲ یکسان نباشد. ج) نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + g(x))$ را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۷۵	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \tan \frac{\pi}{8} x$	۱۶
۱/۲۵	پیوستگی تابع مقابل را در $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} [x] + 1 & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x < 1 \end{cases}$	۱۷

سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	الف) نادرست ب) درست ج) درست د) نادرست هر مورد ۰,۲۵ نمره	۱
۲	الف) ۵۵۰ ب) صفر ج) $2 - \sqrt{3}$ د) -۱ هر مورد ۰,۲۵ نمره	۱
۳	نوشتن جمله اول و قدرنسبت ۰,۲۵ نمره $s_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow 364 = 1 \times \frac{1-3^n}{1-3} \Rightarrow 729 = 3^n \Rightarrow n = 6$ ۰,۲۵ نمره نوشتن ۰,۲۵ نمره	۱
۴	$AH = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 4 = \frac{ 8 \times 1 + 6 \times (-4) - k }{\sqrt{8^2 + 6^2}} \Rightarrow 4 = \frac{ -16 - k }{10} \Rightarrow$ $ -16 - k = 40 \Rightarrow 16 - k = 40 \Rightarrow k = -56$ $-16 - k = -40 \Rightarrow k = 24$ نوشتن فرمول ۰,۲۵ نمره، جایگزاری ۰,۲۵ نمره، تشکیل معادله ۰,۲۵ نمره، نوشتن هر یک از جواب‌ها ۰,۲۵ نمره	۱,۲۵
۵	$\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{t_A + t_B} \Rightarrow \frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_A + 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow t_A^2 - 21t_A - 270 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} t_A = 30 \\ t_A = -9 \end{matrix}$ ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره	۱
۶	$y = \sqrt{x-2} + 3 \Rightarrow y-3 = \sqrt{x-2} \Rightarrow (y-3)^2 = x-2 \Rightarrow x = (y-3)^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-2)^{\frac{1}{2}} + 3$ ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره دامنه f^{-1} برابر $[3, +\infty)$ (۰,۲۵ نمره) و برد آن $[2, +\infty)$ (۰,۲۵ نمره) درست نوشتن باز و بسته بودن بازه ۰,۲۵ نمره	۱,۵
۷	الف) $D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R} - \{2\}, D_{gof} = \{x \in D_f \wedge f(x) \in D_g\} = \{x \in [1, +\infty) \wedge \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{2\}\}$ ۰,۲۵ $D_{gof} = [1, +\infty) - \{5\}$ ۰,۲۵ ب) $fog(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}} - 1$ ۰,۲۵ ج) $(2f - g)(1) = 2 \times f(1) - g(1) = 2 \times 0 - (-1) = 1$ ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره	۲
۸	رسم هر مرحله نمودار ۰,۲۵ نمره	۰,۷۵
۹	$\log(x+2) + \log(x-1) = 2 \log x \Rightarrow \log(x^2 + x - 2) = \log x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = x^2 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۵ نمره	۱

۱	الف) $\log 5 = 1 - \log 2 \approx 0.7$ (ب) $\log 18 = \log(3^2 \times 2) = 2 \log 3 + \log 2 \approx 1.1$ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵	۱۰
۱	الف) نمره ۰,۲۵ $R = 120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$ (ب) نمره ۰,۲۵ $\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{l}{24} \Rightarrow l \approx 50.24$ نمره ۰,۲۵	۱۱
۱	$\cos(75^\circ) = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵	۱۲
۰,۵	رسم نمودار ۰,۵ نمره	۱۳
۱,۲۵	$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵	۱۴
۱,۷۵	الف) خیر (۰,۲۵) نمره چون تابع در هیچ همسایگی محذوف ۲، تعریف نشده است. (۰,۲۵) نمره (ب) رسم نمودار (۰,۵) نمره $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + g(x)) = 2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 2 \times 2 - 1 = 3$ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵	۱۵
۱,۷۵	الف) قرار می‌دهیم: $t = x - \frac{\pi}{2}$ (۰,۲۵) نمره پس اگر x به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک شود، t به صفر نزدیک می‌شود و داریم $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} = \frac{2x - \pi}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(t + \frac{\pi}{2}) - \pi}{\cos(t + \frac{\pi}{2})} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2t}{-\sin t} = -2 \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{t}{\sin t} = -2$ (۰,۲۵) نمره نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \tan \frac{\pi}{8} x = (2 - 2) \tan\left(\frac{\pi}{8} \times 2\right) = 0 \times 1 = 0$ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵	۱۶
۱,۲۵	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \left[1^+\right] + 1 = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$, $f(1) = 2$, نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۲۵ نمره ۰,۵	۱۷
۲۰	موفق باشید جمع	

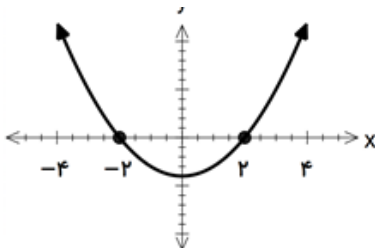
پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

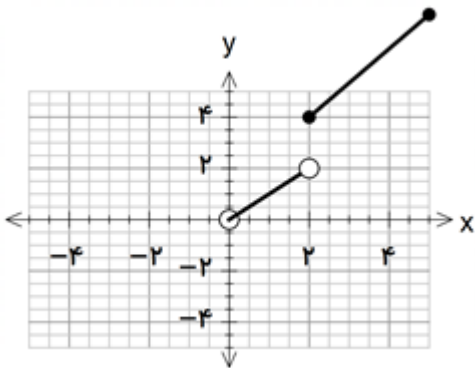
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-1} = 0$ ریشه حقیقی دارد. ب) معادله $y^2 - x = 1$ تابعی از x نیست. ج) رابطه $\sin(\frac{3\pi}{2} + x) + \cos x = 0$ همواره برقرار است. د) حد راست $f(x) = \frac{ x }{x}$ در $x = 0$ برابر ۰ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: الف) فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $8x + 6y = 24$ برابر می باشد. ب) اگر $f(x) = [x]$ حاصل $f(\sqrt{15} - 4)$ برابر است. ج) حاصل $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{8\sqrt{2}}$ برابر است. د) حاصل $\cos(75^\circ)$ برابر است.	۱
۳	مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۴ را بدست آورید.	۱
۴	معادله $ x+1 + x-2 = 3$ را به روش هندسی حل کنید.	۱/۲۵
۵	دامنه تابع زیر را بدست آورید. $h(x) = \frac{x}{[2x-1]}$	۱
۶	نمودار $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ را رسم کنید، سپس ضابطه تابع وارون را بدست آورید.	۱/۵
۷	تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ مطلوب است محاسبه الف) دامنه و ضابطه $g \circ f$ ب) $(2f - g)(5)$	۱/۵
۸	نمودار تابع $y = 2^{-x} + 1$ را رسم کنید.	۱
۹	اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ حاصل عبارت $\log \frac{\sqrt{5}}{18}$ را بر حسب a و b بنویسید.	۱
۱۰	معادله لگاریتمی $\log_3(x+3) + \log_3 x - \log_3(x+15) = 0$ را حل کنید.	۱

۱	نامعادله نمائی $\left(\frac{8}{27}\right)^{2x-2} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{2x}$ را حل کنید.	۱۱
۱	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \cos(x) - 1; x \in [0, 2\pi]$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۲۵	الف) مقدار $\cos \frac{\pi}{12}$ را بدست آورید. ب) طول کمان در دایره ای به شعاع ۴ سانتیمتر و 120° را بدست آورید.	۱۳
۱/۲۵	حاصل عبارت $\sin\left(\frac{-19\pi}{6}\right) \tan\left(\frac{15\pi}{4}\right)$ را بدست آورید.	۱۴
۱ ۱ /۷۵	حاصل حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{ 1 - \cos 2x }$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x^2] - 1}{x^2 - 1}$	۱۵
۱/۵	مقدار a و b را چنان بیابید که تابع زیر در نقطه ی $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} & x > 2 \\ b - x & x = 2 \\ 2a \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) - [x] & x < 2 \end{cases}$	۱۶

سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور..... ها است. ب) اگر دو خط در صفحه مختصات بر هم عمود باشند، آنگاه حاصلضرب شیب آنها در هم برابر عدد است. ج) اگر $h(x) = \log_4 x$، آنگاه $h^{-1}(-4) = \dots\dots\dots$ است. د) اگر $f(x) = [x - 2]$ باشد، آنگاه مقدار $f(1 - \sqrt{2})$ برابر است. ([] نشاندهنده جز صحیح می باشد).	۱
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) فاصله نقطه $(-2, -1)$ از خط $3x - 4y = 0$ برابر ۲ است. ب) اگر راس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در ناحیه (ربع) دوم صفحه مختصات باشد و دهانه سهمی رو به پایین باشد، آنگاه علامت b منفی است. ج) برای هر زاویه θ بر حسب رادیان داریم: $\cos(\pi - \theta) + \cos \theta = 0$. د) تابع $g(x) = \sqrt{x - 4}$ در $x = 4$ حد دارد.	۱
۳	در سوالات زیر گزینه درست را مشخص کنید. الف) نقاط $A(6, 1)$, $B(10, 4)$ دو راس مجاور مربع ABCD هستند. این مربع در ناحیه اول صفحه مختصات قرار دارد. کدام گزینه نشاندهنده مختصات راس C می باشد؟ (۱) $(3, 6)$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(3, 7)$ (۴) $(2, 5)$ ب) اگر $\log 2 = a$، آنگاه مقدار $\log 25$ برابر با کدام مقدار می باشد؟ (۱) $2(1 - a)$ (۲) $2(1 + a)$ (۳) $1 - 2a$ (۴) $1 + 2a$	۰/۵
۴	اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه معادله درجه دومی را بنویسید که ریشه های آن $\alpha^2 + \beta^2$ و $\alpha^2\beta^2$ باشند.	۱/۲۵
۵	در یک دنباله هندسی، مجموع شش جمله اول، ۲۸ برابر مجموع سه جمله اول می باشد. در این دنباله قدرنسبت را به دست آورید.	۰/۷۵
۶	معادله $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2x + 3} = 4$ را حل کنید و جواب قابل قبول را مشخص کنید.	۱
۷	همه توابع یک به یک را از مجموعه $\{a, b\}$ به مجموعه $\{c, d\}$ را به صورت مجموعه هایی از زوج مرتب ها بنویسید.	۰/۵

۸	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر می باشد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ را به دست آورید. 	۱
۹	نمودار تابع $f(x) = 2\left[\frac{1}{4}x\right]$ را روی بازه $[0, 2]$ رسم کنید (در نمایش $f(x)$ نماد $[]$ نشاندهنده جز صحیح می باشد. فقط رسم نمودار نمره دارد. از نوشتن جزییات خودداری کنید).	۰/۵
۱۰	توابع $f(x) = \sqrt{3x+3}$, $g(x) = 2x+2$ مفروضند. دامنه تابع $f \circ g(x)$ (با استفاده از تعریف) به دست آورید.	۱
۱۱	تابع $f(x) = -x^2 + 6x + 1$ با دامنه $D_f = (-\infty, 3]$ مفروض است، ضابطه وارون تابع f را به دست آورید.	۰/۵
۱۲	تحت شرایط ایده آل، جرم یک توده معین از باکتری ها در برخورد با آنتی بیوتیک ها در هر ساعت نصف می شود. فرض کنید در ابتدا ۱۶ میلی گرم باکتری وجود دارد. الف) جرم توده پس از t ساعت، بعد از برخورد با آنتی بیوتیک را به صورت یک تابع نمایی بنویسید. ب) جرم توده را پس از ۶ ساعت، بعد از برخورد با آنتی بیوتیک را محاسبه کنید.	۱
۱۳	معادله $\log_5(2x-1) + \log_5(3x-5) = 1$ را حل کنید.	۱/۵
۱۴	طول برف پاک کن عقب خودرویی ۱۸ سانتیمتر است. فرض کنید برف پاک کن، کمانی به اندازه ۱۳۵ درجه طی می کند. ($\pi \approx 3$) الف) اندازه کمان را برحسب رادیان به دست آورید. ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتیمتر است؟	۱
۱۵	مقدار عددی عبارت زیر را محاسبه کنید. $\cos\left(4\frac{\pi}{3}\right) + \sin(150^\circ) =$	۱
۱۶	نمودار تابع $y = \sin(x) + 1$ را رسم کنید (فقط نمودار تابع را رسم کنید).	۰/۲۵
۱۷	الف) حاصل عبارت $\cos^4(15^\circ) - \sin^4(15^\circ)$ را به دست آورید. ب) با استفاده از روابط نسبت های مجموع دو زاویه نشان دهید که: $\cos(\alpha) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	۱/۵

۱۸	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر می باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید. ([] نشاندهنده جز صحیح است) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] =$ 
۱۹	اگر تابع $(f + g)(x)$ در $x = a$ حد داشته باشد، می توان نتیجه گرفت که توابع f, g در $x = a$ حد دارند؟ چرا؟
۲۰	حاصل حدهای زیر را به دست آورید الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 3x + 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\frac{x}{2}) - \sin(\frac{x}{2})}{\cos x}$
۲۱	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید. ([] نشاندهنده جزء صحیح می باشد). $f(x) = \begin{cases} [x] + 2 & x < 2 \\ 3 & x = 2 \\ x^2 - 1 & x > 2 \end{cases}$
۲۰	موفق باشید جمع

پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) x (صفحه ۲۷) ب) ۱- (صفحه ۳۱) ج) $\frac{1}{16}$ (صفحه ۸۱) د) ۳- (صفحه ۵۱) هر مورد ۰/۲۵ نمره دارد	۱
۲	الف) نادرست (صفحه ۳۳) ب) درست (صفحه ۱۱) ج) درست (صفحه ۱۰۴ تمرین ۳ الف) د) نادرست (صفحه ۱۲۰) هر مورد ۰/۲۵ نمره دارد	۱
۳	الف) گزینه ۲ (صفحه ۳۴) ب) گزینه ۱ (صفحه ۹۰ تمرین ۵) هر مورد ۰/۲۵ نمره دارد	۰/۵
۴	۰/۲۵ نمره $x_1 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = 9 - 2 = 7$ ۰/۲۵ نمره $x_2 = \alpha^2\beta^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1$ ۰/۵ نمره $S = \alpha + \beta = 8, P = \alpha\beta = 7$ ۰/۲۵ $x^2 - Sx + p = x^2 - 8x + 7 = 0$ صفحه ۹ کتاب درسی	۱/۲۵
۵	۰/۲۵ نمره $S_6 = 28S_7 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = 28 \frac{a_1(1-q^7)}{1-q}$ ۰/۲۵ نمره $(1-q^6) = 28(1-q^7) \Rightarrow 1+q^7 = 28 \Rightarrow q = 3$ صفحه ۵ کتاب درسی	۰/۷۵
۶	۰/۲۵ نمره $\sqrt{2x+3} = 4 - \sqrt{x-2} \Rightarrow 2x+3 = 16+x-2-8\sqrt{x-2}$ ۰/۲۵ نمره $x-11 = -8\sqrt{x-2} \Rightarrow x^2 - 22x + 121 = 64x - 64$ $x^2 - 86x + 249 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-83) = 0$ ۰/۲۵ نمره $x = 83$ $x = 3$ $x=83$ قابل قبول نیست ۰/۲۵ نمره صفحه ۲۰ کتاب درسی	۱
۷	۰/۲۵ نمره $f = \{(a,c), (b,d)\}$ ۰/۲۵ نمره $g = \{(a,d), (b,c)\}$ صفحه ۵۵ کتاب درسی	۰/۵
۸	۰/۲۵ نمره $D_g = [-2, 0] \cup [2, \infty]$ ۰/۵ نمره $\Rightarrow \begin{matrix} x \geq 0, f(x) \geq 0 \\ x \leq 0, f(x) \leq 0 \end{matrix}$ ۰/۲۵ نمره $xf(x) \geq 0$ صفحه ۴۶ کتاب درسی	۱

۰/۵	رسم نمودار ۰/۵ نمره صفحه ۵۱ کتاب درسی	۹
۱	$D_g = \mathbb{R}$ $D_f = [-1, \infty)$ ۰/۵ نمره $\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ $= \underbrace{\{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 3 \geq -1\}}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{x \geq -2}_{\text{۰/۲۵}}$	۱۰
۰/۵	$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{10 - x}$	۱۱
۱	الف) $m(t) = 16\left(\frac{1}{4}\right)^t$ ۰/۵ نمره ب) $m(6) = 16\left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{1}{4}$ ۰/۵ نمره	۱۲
۱/۵	الف) $\underbrace{\log_2(2x-1)(3x-5)=1}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{6x^2-13x+5=5}_{\text{۰/۲۵}}$ $\underbrace{6x^2-13x=0}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{x=0}_{\text{۰/۵}} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{x=\frac{13}{6}}_{\text{۰/۲۵}} \quad (x=0 \text{ قابل قبول نمی باشد})$	۱۳
۱	الف) $\theta = 3\frac{\pi}{4}$ ۰/۲۵ نمره ب) $\underbrace{\theta = \frac{l}{r}}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{3\frac{\pi}{4} = \frac{l}{18}}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{l = \frac{81}{2}}_{\text{۰/۲۵}}$	۱۴

۱	صفحه ۱۰۲ کتاب درسی	$\cos\left(4\frac{\pi}{3}\right) + \sin(150^\circ) = \underbrace{-\cos(60^\circ)}_{\cdot/25} + \underbrace{\sin(30^\circ)}_{\cdot/25} = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{\cdot/25} + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\cdot/25} = 0$	۱۵
۰/۲۵	صفحه ۱۰۸ کتاب درسی		۱۶
۱/۵	صفحه ۱۱۲ کتاب درسی	الف) $\cos^6(15^\circ) - \sin^6(15^\circ) = \underbrace{\cos^2(15^\circ) - \sin^2(15^\circ)}_{\cdot/25} \times \underbrace{\cos^2(15^\circ) + \sin^2(15^\circ)}_{\cdot/25}$ $= \underbrace{\cos^2(15^\circ) - \sin^2(15^\circ)}_{\cdot/25} = \underbrace{\cos(2 \times 15^\circ)}_{\cdot/25} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2(x) \xRightarrow{x=\frac{\alpha}{2}} \cos \alpha = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	۱۷
۰/۷۵	صفحه ۱۲۵ کتاب درسی	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] = 4 - 1 = 3$ $\cdot/25 \quad \cdot/25 \quad \cdot/25$	۱۸
۱	خیر (۰/۲۵ نمره) چون $f(x) = [x]$, $g(x) = -[x]$ در $x=2$ حد ندارند (۰/۵ نمره) تابع $(f+g)(x) = 0$ در $x=2$ حد دارد. (۰/۲۵ نمره)	صفحه ۱۳۲ کتاب درسی	۱۹
۲		الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-3x+2} \times \frac{\sqrt{x+2}+2}{\underbrace{\sqrt{x+2}-2}}_{\cdot/25} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\underbrace{(x-2)(x+1)\sqrt{x+2}+2}}_{\cdot/25} = \frac{1}{6}$ $\cdot/25$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\frac{x}{2}) - \sin(\frac{x}{2})}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\overbrace{\cos(\frac{x}{2}) - \sin(\frac{x}{2})}^{\cdot/25}}{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}$	۲۰

	$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\overbrace{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}^{0/25}}{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})((\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}))} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\underbrace{(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2})}_{0/25}} = \underbrace{1}_{0/25}$ صفحه ۱۴۲ کتاب درسی	
۱	$\underbrace{\lim_{x \rightarrow 2^-} [x] + 2}_{0/25} = 3 = f(2) = \underbrace{\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 1}_{0/25}$ تابع در $x=2$ پیوسته است. $0/25$ نمره صفحه ۱۵۱ کتاب درسی	۲۱

سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

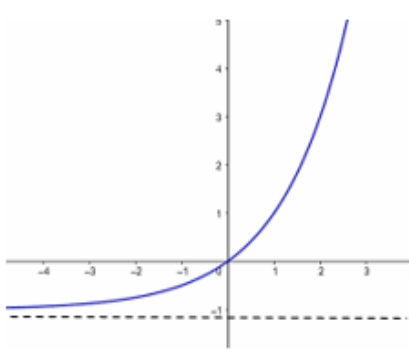
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) معادله درجه دومی که ریشه های آن $1 \pm \sqrt{2}$ باشد، به صورت $3x^2 - 6x = 3$ می باشد. ب) دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x}$ و $g(x) = x - 3$ با هم برابرند. پ) برای هر زاویه x بر حسب رادیان داریم، $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin x = 0$. ت) اگر $f(x) = 3^x$، در این صورت نقطه $\left(\frac{1}{9}, -2\right)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد.	۱
۲	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید. الف) عبارت $(a-1)(a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)$ به ازای $a = \sqrt{2}$ برابر است. ب) حاصل $\log_{10} 100 + \log_{10} 0.1$ برابر است. پ) حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x] - 2}$ در نقطه $x = 2$ است. ت) حاصل عبارت $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ برابر است.	۱
۳	سوالات چهار گزینه ای: الف) اگر $f = \{(1, 2)(2, -1)(3, -2)(-2, 4)\}$ و $g(x) = 2x + 1$ آنگاه $\frac{(f+g)(2)}{(f-g)(1)}$ کدام است؟ ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) -۴ ۴) ۴ ب) انتهای کمان روبرو به زاویه ۳ رادیان در ربع دایره مثلثاتی و سینوس آن می باشد. ۱) دوم، منفی ۲) سوم، منفی ۳) سوم، مثبت ۴) دوم، مثبت	۱
۴	مجموع تمام عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۴ را بیابید.	۱/۲۵
۵	نمودار تابع $y = x^2 - 3 $ را رسم کنید. سپس تعداد جوابهای معادله $f(x) = 2$ را فقط از روش هندسی معین کنید.	۱
۶	اگر نقطه $A(2, -3)$ راس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y + 2 = 0$ باشد، محیط و مساحت مربع را بیابید.	۱

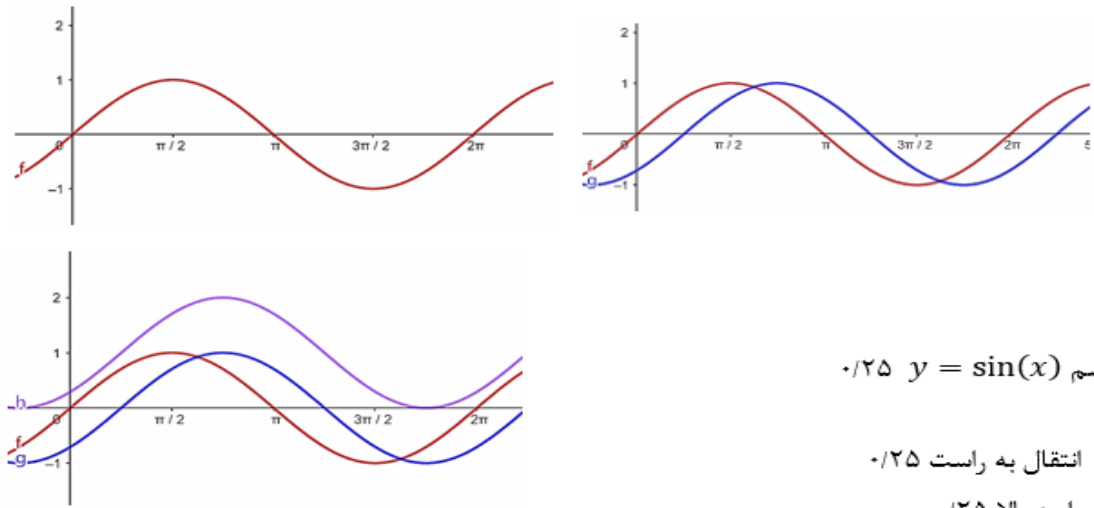
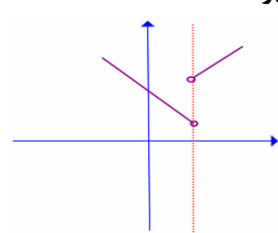
۷	می‌دانیم تابع f یک به یک است وارون آن را بیابید.	۱/۵
۸	اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = x^2 - 3$ ، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بیابید.	۱/۷۵
۹	نمودار تابع $y = 2^x - 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱
۱۰	اگر $\log a = 2$ و $\log b = 3$ و $\log c = 5$ حاصل عبارت $\log \left(\sqrt{a} \cdot b^2 \right) \times \log \frac{C}{a^3}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	A و B دو زاویه منفرجه هستند که $\sin A = \frac{3}{5}$ ، $\cos B = \frac{-5}{13}$. مقدار $\cos(A+B)$ را محاسبه کنید، و تعیین کنید انتهای کمان روبرو به زاویه $A+B$ در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد.	۱/۲۵
۱۲	ماهواره‌ای مطابق شکل در یک مسیر دایره‌ای در فاصله 500 km از سطح زمین حرکت می‌کند، مسیر پیموده شده توسط ماهواره (طول کمان AB) چقدر است؟ (شعاع زمین 6400 km و $\pi \approx 3$)	۱
۱۳	با استفاده از نمودار $f(x) = \sin x$ نمودار $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1$ را رسم کنید.	۰/۷۵
۱۴	الف) نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی محذوف نقطه ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد چپ و راست موجود ولی با هم برابر نباشند. ب) با توجه به نمودار حد های زیر را (در صورت وجود) محاسبه کنید.	۱/۷۵
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots (2)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots (1)$ پ) با توجه به دامنه‌ی تابع در مورد حد چپ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ در نقطه $x = 2$ چه می‌توان گفت؟ چرا؟		

۱	$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x }{[x]} & x < -2 \\ 2x - a & x > -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ حد داشته باشد، مقدار a را بیابید. اگر تابع	۱۵
۲/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{4x + 1} - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ مقدار حدهای زیر را بیابید.	۱۶
۲۰	جمع	موفق باشید

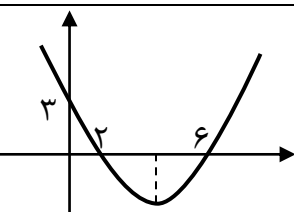
پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست هر مورد (۰/۲۵) راه حل لازم نیست.	۱
۲	الف) ۷ $(\sqrt{2})^6 - 1 = 8 - 1 = 7$ ب) $\log_5^{\Delta^2} + \log_{\Delta^5}^{10^{-2}} = 3 + (-3) = 0$ پ) موجود نیست زیرا تابع در همسایگی راست تعریف نشده است. ت) -1 $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -2 \cos 2x = -2 \cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ هر مورد ۰/۲۵ راه حل لازم نیست	۱
۳	الف) گزینه ۳ (۰/۵) پ) گزینه ۴ (۰/۵)	۱
۴	(۰/۵) ۲, ۱۶, ... ۹۶ $n = \frac{96 - 12}{4} + 1 = 22 \rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} (a_1 + a_{22}) = \frac{22}{2} (12 + 96) = 11(108) = 1188$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱/۲۵
۵	 نمودار سهمی ۰/۵، نمودار خط افقی ۰/۲۵، ۴ جواب ۰/۲۵	۱

۱	$AH = \frac{ 3(2) - 4(-3) + 2 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{20}{5} = 4$ ۰/۵ ۰/۲۵ $s = 4^2 = 16(0/25)$	۶
۱/۵	$y = (x - 3)^2 \rightarrow x - 3 = \pm\sqrt{y} \quad ۰/۵$ ۰/۵ پس ریشه منفی قابل قبول است. $x - 3 \leq 0 \rightarrow x \leq 3$ $x = -\sqrt{y} + 3 \quad ۰/۲۵ \rightarrow y = f^{-1}(x) = -\sqrt{x} + 3 \quad ۰/۲۵$	۷
۱/۷۵	$D_g = \mathbb{R} \quad ۰/۲۵, \quad D_f = (-\infty, 1] \quad ۰/۲۵$ $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \in (-\infty, 1]\} \quad ۰/۲۵$ $x^2 - 3 \leq 1 \rightarrow x^2 - 4 \leq 0 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow D_{fog} = [-2, 2] \quad ۰/۵$ $fog(x) = f(g(x)) = \sqrt{1 - (x^2 - 3)} = \sqrt{4 - x^2}$ ضابطه ترکیب دو تابع ۰/۵	۸
۱	۰/۲۵  ۰/۲۵  ۰/۲۵ $D = \mathbb{R}$, $R = (-1, +\infty)$ ۰/۲۵ به نمودار درست نیم نمره تعلق میگیرد لازم نیست حتما با انتقال رسم شود.	۹
۱/۵	$\left(\frac{1}{2} \log_a + 2 \log b \right) \times \left(\log c - 3 \log a \right) = \left(\frac{1}{2} (2) + 2 (3) \right) (5 - 6) = 7 \times (-1) = -7$ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱۰

۱/۲۵	$\cos A = -\frac{۴}{۵}, \sin B = \frac{۱۲}{۱۳} \quad \cdot/۵$ $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B = -\frac{۴}{۵} \times \frac{-۵}{۱۳} - \frac{۳}{۵} \times \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{-۱۶}{۶۵} \cdot/۵$ $\frac{\pi}{۲} < A < \pi, \frac{\pi}{۲} < B < \pi \rightarrow \pi < A+B < ۲\pi$ ربع سوم و چهارم $\cos(A+B) < ۰ \rightarrow A+B$ ربع سوم $\cdot/۲۵$	۱۱
۱	$r = ۶۴۰۰ + ۵۰۰ = ۶۹۰۰ \quad \cdot/۲۵$ $\alpha = ۱۲۰^\circ = \frac{۲\pi}{۳} \text{ rad} \quad \cdot/۲۵$ $l = r\alpha = ۶۹۰۰ \times \frac{۲\pi}{۳} = ۶۹۰۰ \times ۲ = ۱۳۸۰۰ \text{ km} \quad \cdot/۵$	۱۲
۰/۷۵	 رسم $y = \sin(x)$ $\cdot/۲۵$ $\frac{\pi}{۴}$ انتقال به راست $\cdot/۲۵$ ۱ واحد بالا $\cdot/۲۵$	۱۳
۱/۷۵	الف) به هر قسمت نمودار درست $\cdot/۵$ تعلق می گیرد.  ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = ۲$ $\cdot/۲۵$ وجود ندارد $\cdot/۲۵$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ پ) $D_f = (-\infty, ۰] \cup [۲, +\infty)$ $\cdot/۵$ در $x = ۲$ حد چپ ندارد چون همسایگی چپ ندارد. $\cdot/۲۵$	۱۴

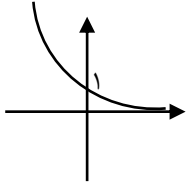
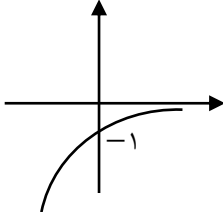
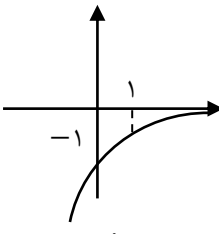
سؤالات آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) $\sin x$ یعنی سینوس زاویه‌ای از دایره مثلثاتی که اندازه آن x درجه باشد. ب) اگر بازه $(x - 1, 2x + 3)$ یک همسایگی ۲ باشد، مجموعه مقادیر x برابر $(1, 3)$ است.	۰/۵
۲	در هر یک از سؤالات زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) مقدار $\cot(\frac{5\pi}{6})$ برابر است با: $(1) \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) \frac{-\sqrt{3}}{3} \quad (3) \sqrt{3} \quad (4) -\sqrt{3}$ ب) مقدار حد راست تابع $f(x) = [-2x]$ در $x = 3$ کدام است؟ $(1) -3 \quad (2) -5 \quad (3) -6 \quad (4) -7$	۰/۵
۳	در یک دنباله حسابی جمله اول ۳ و قدر نسبت ۲ است. مجموع ۱۰۰ جمله اول این دنباله حسابی را به دست آورید.	۱
۴	ضابطه سهمی رو برو را به دست آورید. 	۱
۵	معادله $\frac{2-x}{\sqrt{x^2+6x+9}} = 1$ را حل کنید.	۰/۷۵
۶	نقاط $A(-1, 7)$ و $B(-6, -2)$ و رأس‌های مثلث ABC هستند. طول ارتفاع AH از این مثلث را به دست آورید.	۱/۲۵
۷	وارون تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ را برای $x \leq 1$ بدست آورید.	۱
۸	در دو تابع $f = \{(-1, a+b), (7, 3)\}$ و $g = \{(2a+b, 3), (-1, 5)\}$ مقادیر a, b را طوری به دست آورید، تا دو تابع با هم مساوی باشند.	۱
۹	اگر $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = \frac{4}{x-1}$ ، آنگاه دامنه هر یک از توابع زیر را با استفاده از تعریف به دست آورید. الف) $f \times g$ ب) $f \circ g$	۲

۰/۷۵	نمودار تابع $y = -(\frac{1}{p})^{x-1}$ را به روش انتقال رسم کنید. (هر یک از مراحل، در یک دستگاه محورهای مختصات به صورت جداگانه رسم شود).	۱۰
۱/۵	معادله لگاریتمی $\log_p(12x - 21) - \log_p(x^2 - 3) = 2$ را حل کنید.	۱۱
۰/۷۵	اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{p}, -4)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید.	۱۲
۰/۷۵	طول برف پاک کن عقب یک خودرو ۲۴ سانتی متر است. اگر برف پاکن کمانی به اندازه 120° طی کند، آنگاه طول کمان طی شده توسط نوک برف پاکن را بر حسب سانتی متر به دست آورید. ($\pi \approx 3$)	۱۳
۱	حاصل عددی $A = \sin 30^\circ + \cos(\frac{9\pi}{4})$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۷۵	اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد، آنگاه مقدار دقیق $\sin(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.	۱۵
۰/۷۵	با توجه به نمودار داده شده، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x)]$ پ) $\left[\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \right]$	۱۶
۲	مقدار هر یک از حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$	۱۷
۱/۷۵	مقادیر a و b را طوری به دست آورید که تابع زیر در $x = 0$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ x - 2a & x < 0 \end{cases}$	۱۸
۲۰	جمع	موفق باشید

پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه
پاسخ آزمون درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	(الف) نادرست (کاردرکلاس صفحه ۱۰۸) (ب) نادرست (تمرین صفحه ۱۲۲)	۰/۵
۲	(الف) گزینه ۴ (تمرین صفحه ۱۰۴) (ب) گزینه ۴ (تمرین صفحه ۱۲۹)	۰/۵
۳	$a = 3, d = 2 \quad s_{1..} = \frac{100}{2} [2 \times 3 + (100 - 1) \times 2]$ $= 50 \times (6 + 198) = 10200$ فعالیت صفحه ۳	۱
۴	$y = a(x - 2)(x - 6) \xrightarrow{(0,3)} 3 = a(-2)(-6) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 6) \quad \text{یا} \quad y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$ مثال صفحه ۱۱	۱
۵	$\frac{2 - x}{\sqrt{x^2 + 6x + 9}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2 - x$ $\Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 - 4x + 4 \quad , \quad 10x = -5 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ تمرین صفحه ۲۸	۰/۷۵
۶	$m_{BC} = \frac{-2 - 3}{-6 - 3} = \frac{5}{9} \quad \text{و} \quad y - 3 = \frac{5}{9}(x - 3) \Rightarrow 5x - 9y + 12 = 0$ $AH \text{ طول ارتفاع} = \frac{ -5 - 63 + 12 }{\sqrt{25 + 81}} = \frac{56}{\sqrt{106}}$ تمرین صفحه ۳۵	۱/۲۵
۷	$y = (x - 1)^2 + 2 \Rightarrow (x - 1)^2 = y - 2 \Rightarrow x - 1 = \pm \sqrt{y - 2}$ $\xrightarrow{x \leq 1} x - 1 = -\sqrt{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 2}$ مثال صفحه ۶۸	۱
۸	$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ صفحه ۴۱	۱

۲	$x + ۳ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۳ \Rightarrow D_f = [-۳, +\infty)$ $x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \quad D_g = R - \{۱\} \quad \cdot/۲۵$ $D_{f.g} = D_f \cap D_g = [-۳, +\infty) - \{۱\} \quad \cdot/۲۵$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R - \{۱\} \mid \frac{۴}{x-۱} \in [-۳, +\infty)\} \quad \cdot/۲۵$ $= \left\{x \neq ۱ \mid x \leq \frac{-۱}{۳} \text{ یا } x > ۱\right\} = (-\infty, \frac{-۱}{۳}] \cup (۱, +\infty) \quad \cdot/۲۵$ $\frac{۴}{x-۱} \in [-۳, +\infty) \Rightarrow \frac{۴}{x-۱} \geq -۳ \Rightarrow \frac{۴}{x-۱} + ۳ \geq ۰ \Rightarrow \frac{۴ + ۳x - ۳}{x-۱} \geq ۰ \quad \cdot/۲۵$ $\Rightarrow \frac{۳x + ۱}{x-۱} \geq ۰ \Rightarrow x \leq \frac{-۱}{۳} \text{ یا } x > ۱ \quad \cdot/۲۵$ صفحه ۶۵ و ۶۹	۹
۰/۷۵	$y = (\frac{1}{۳})^x$  $\cdot/۲۵$ $y = -(\frac{1}{۳})^x$  $\cdot/۲۵$ $y = -(\frac{1}{۳})^{x-۱}$  $\cdot/۲۵$ کار در کلاس صفحه ۶۴	۱۰
۱/۲۵	$\cdot/۲۵ \quad \log_۳(۱۲x - ۲۱) - \log_۳(x^۲ - ۳) = ۲ \Rightarrow \log_۳ \frac{۱۲x-۲۱}{x^۲-۳} = ۲$ $\Rightarrow \frac{۱۲x-۲۱}{x^۲-۳} = ۴ \quad \cdot/۲۵$ $\Rightarrow ۴x^۲ - ۱۲ = ۱۲x - ۲۱ \Rightarrow ۴x^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰ \Rightarrow (۲x - ۳)^۲ = ۰ \Rightarrow ۲x - ۳ = ۰$ $\Rightarrow x = \frac{۳}{۲} \quad \cdot/۲۵$ تمرین صفحه ۹۰	۱۱

•/٧٥	$f(x) = \log_a x \Rightarrow \log_a \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = -4 \Rightarrow a^{-4} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{-\frac{1}{4}} = (2)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$	١٢
•/٧٥	$120^\circ = \frac{2\pi}{3} R \quad \cdot/25$ $l = r\theta \Rightarrow l = 24 \times \frac{2\pi}{3} = 16\pi \xrightarrow{\pi \approx 3} l \approx 48 \text{ cm}$	١٣
١	$A = \sin(30^\circ) + \cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \sin(36^\circ - 6^\circ) + \cos\left(\frac{8\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin 6^\circ + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $= \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$	١٤
١/٧٥	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \xRightarrow{\text{ربع اول}} \sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \cdot/25$ $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} \xRightarrow{\text{ربع دوم}} \sin \beta = \frac{5}{13} \quad \cdot/25$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta = \frac{3}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-16}{65}$	١٥
•/٧٥	تمرین صفحه ١٢٩ هر قسمت ٠/٢٥ ٢ (پ ١ (ب ٢ (الف	١٦
٢	(الف $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x} \times \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \frac{1}{2}$ (ب $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x (1 + \sin x)}$	١٧

	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{0}{0} = 0$ تمرین صفحه ۱۴۴	
۱/۷۵	۱) $f(\cdot) = b - ۱$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2(1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2a$ ۳) $\begin{cases} b - ۱ = \frac{1}{2} \\ -2a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ a = -\frac{1}{4} \end{cases}$ تمرین صفحه ۱۵۱	۱۸