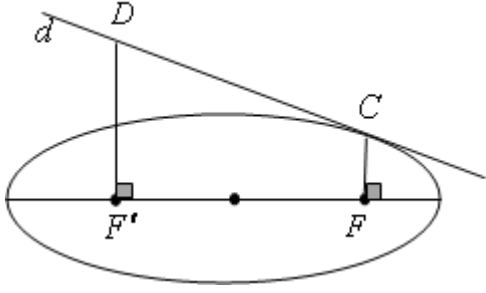


سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: عصر ۱۴	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان دبیرستان های دوره دوم متوسطه روزانه سراسر کشور در طرح سه نماسال ۱۴۰۴			
ردیف	سوالات (پاسخ نامه و پاسخ برگ دارد)		
	نمره		

سوالات فصل ۱

۱	عبارت درست یا نادرست را مشخص کنید. الف) اگر A ماتریس اسکالر و B ماتریس مربعی هم مرتبه A باشد، آنگاه $(A - B)^T = A^T + B^T - 2BA$. ب) به ازای یک مقدار m، دستگاه شامل دو خط $-2x + y = 3$، $(m - 1)x - 2y = m$ بی شمار جواب دارد. جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. پ) اگر $A_{3 \times 3}$ و $B = 3I$ دو ماتریس هم مرتبه و وارون پذیر باشند، حاصل دترمینان ماتریس ABA^{-1} برابر است. گزینه درست را مشخص کنید. ت) اگر $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & -\sin 15^\circ \\ \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \end{bmatrix}$، حاصل A کدام است؟ ۱(۴) ۲(۳) ۴(۲) ۸(۱)	۱/۵
۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} A & 2 A \\ 2 & A \end{bmatrix}$ وارون پذیر است. حاصل $A - 5A^{-1}$ را به دست آورید.	۱/۵
۳	دو ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$، با درایه های به فرم $a_{ij} = \begin{cases} 1 - i & ; i - j \leq 1 \\ 2 & ; i - j > 1 \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) حاصل $(B - I)(B + I)$ را بیابید.	۱/۵
۴	دو برابر مقدار هر درایه سطر اول ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ را به درایه نظیر سطر دوم اضافه می کنیم تا ماتریس B به دست آید. با استفاده از محاسبه دترمینان روی سطر دوم ماتریس A و B ثابت کنید $A = B$.	۱/۵
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

۱/۲۵	۵	الف) صفحه P یک سطح مخروطی را قطع می‌کند و از راس سطح مخروطی نمی‌گذرد. در این حالت، سطح مقطع صفحه P با سطح مخروطی یک دایره، بیضی، سهمی یا هذلولی است. (درست - نادرست) ب) معادله مکان هندسی مرکز دایره‌های به شعاع ۱ را بیابید که بر دایره به معادله زیر مماس باشند: $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$
۱/۲۵	۶	خط $5x + 12y = 14$ دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ را در نقاط A و B قطع می‌کند. فاصله نقطه A تا نقطه B را حساب کنید.
۱/۵	۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(-2, 3)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ مماس بیرونی باشد.
۱/۲۵	۸	طول قطرهای بزرگ و کوچک بیضی به ترتیب $2a$ و $2b$ است. قطر یک دایره منطبق بر قطر بزرگ بیضی است. از کانون F بیضی، عمودی بر محور کانونی رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.
۱/۲۵	۹	در بیضی با قطرهای به طول ۱۰ و ۶، عمودهای CF و DF' را بر محور کانونی رسم می‌کنیم. اگر خط d در نقطه C بر بیضی مماس باشد، مساحت چهارضلعی $DCFF'$ را به دست آورید. 
۱/۵	۱۰	آینه‌ای به شکل سهمی با معادله $x^2 - 2x + 8y + 9 = 0$ را در نظر بگیرید. الف) معادله خط هادی و مختصات کانون را به دست آورید. ب) اگر پرتوی روی خط $x = 3$ در داخل سهمی، به سهمی بتابد، معادله پرتو بازتابش را بنویسید.
		«ادامه سوالات در صفحه سوم»

سوالات فصل ۳

۰/۷۵	عبارت درست یا نادرست را مشخص کنید. الف) دو بردار مخالف صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند، اگر و تنها اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$. ب) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه است. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$، برداری غیر هم جهت با بردار $\vec{b}$ است. جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. پ) بردار نیمساز دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$، بردار است.	۱۱
۱	اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، ثابت کنید تصویر بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ برابر خود $\vec{a}$ است.	۱۲
۱/۲۵	بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ عمود باشد.	۱۳
۱/۵	اگر بردارهای $\vec{a} = (1, -4, m+1)$ و $\vec{b} = (4, 5, 3-m)$ دو ضلع یک لوزی باشند، مساحت لوزی را به دست آورید.	۱۴
۱/۵	بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 2)$ ، $\vec{b} = (1, -2, 0)$ ، $\vec{c} = (-1, 0, -3)$ در فضا یک متوازی السطوح بنا می کنند. دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک وجه به نام P از متوازی السطوح قرار دارند. اندازه ارتفاع وارد بر وجه P را به دست آورید.	۱۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

راهنمایی تصحیح امتحان شبه نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴ عصر	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۲/۱۴		
دانش آموزان دبیرستان های دوره دوم متوسطه روزانه سراسر کشور در طرح سه نماسال ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

	راهنمای نمره گذاری	
۱	(الف درست (۰/۲۵) (ب نادرست (۰/۲۵) پ) $27 = I = B = 3^3 \Rightarrow \frac{1}{ A } = B \Rightarrow A = \frac{1}{ B } = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$ (۰/۵) ت) گزینه ۲ $4 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} \Rightarrow A = \frac{1}{27} \Rightarrow A = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$ (۰/۵)	۱/۵
۲	$A = 5, A = 0 \Rightarrow A = 0$ (۰/۲۵) ماتریس A وارون پذیر است بنابراین $A \neq 0$ و $A = 5$ است. (۰/۲۵) $A - 5A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - 5 \left(\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 20 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۳	(الف) (۰/۵) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ (ب) (۰/۵) $(B - I)(B + I) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 3 & -15 \\ 0 & -2 & -6 \\ 13 & -6 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	۱/۵
۴	$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 8 & 6 & -7 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $A = (-1)^{2+1} (4) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2} (0) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -29$ (۰/۷۵) $B = (-1)^{2+1} (8) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2} (6) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} (-7) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -29$ (۰/۵)	۱/۵

۱/۲۵	الف) درست (۰/۲۵) ب) مکان هندسی حاصل دو معادله دایره است با مرکز $(-1, 2)$ و شعاع های ۴ و ۲. (۰/۵) معادلات آنها برابر است با $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ (۰/۵)	۵
۱/۲۵	مرکز دایره $(1, 4)$ و شعاع ۵ است (۰/۲۵) فاصله مرکز دایره تا خط برابر است با : $OH = \frac{ \ 5(1) + 12(4) - 14 }{\sqrt{5^2 + (12)^2}} = \frac{39}{13} = 3 \text{ (۰/۵)}$ قطر عمود بر وتر، وتر را نصف می کند. اگر محل برخورد قطر و وتر AB را H بنامیم، بنا به رابطه فیثاغورس در مثلث داریم: $AH^2 + OH^2 = OA^2 \longrightarrow AH = 4$, $AB = 2AH = 8$ (۰/۵)	۶
۱/۵	شعاع و مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ عبارتند از $r' = 1$, $O'(1, -1)$ (۰/۵) و $OO' = 5$ (۰/۲۵) دو دایره مماس خارج هستند و $r = 4$ $\longrightarrow OO' = r + r'$ (۰/۵) بنابراین معادله حاصل برابر است با : $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16 \text{ (۰/۲۵)}$	۷
۱/۲۵	دایره و بیضی هم مرکز هستند و قطر بزرگ بیضی با قطر دایره برابر است. پس $2r = 2a \longrightarrow a = r \text{ (۰/۲۵)}$ نقطه M روی دایره قرار دارد. فاصله M تا مرکز بیضی برابر با a است (۰/۲۵) در مثلث قائم الزاویه MOF بنا به رابطه فیثاغورس داریم: $OM^2 = MF^2 + OF^2 \xrightarrow{OM=a, OF=c} MF^2 = a^2 - c^2 = b^2$ $\xrightarrow{(۰/۵)} MF = b \text{ (۰/۲۵)}$	۸
۱/۲۵	قطر بزرگ بیضی ۱۰ و قطر کوچک آن برابر با ۶ است، $a = 5$, $b = 3$. در نتیجه $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 4$ (۰/۲۵) نقطه C روی بیضی قرار دارد. بنا به تعریف بیضی $CF + CF' = 2a = 10$ (۰/۲۵) بنا به خاصیت بازتابندگی بیضی و خط های موازی و مورب نتیجه می شود مثلث CDF' متساوی الساقین است یعنی $DF' = CF' \text{ (۰/۲۵)}$ در نتیجه $CF + DF' = 2a = 10$ (۰/۲۵) $S = \frac{(CF + DF')(FF')}{2} = \frac{10 \times 8}{2} = 40 \text{ (۰/۲۵)}$	۹
۱/۵	الف) $(x-1)^2 = -8(y+1)$ مختصات راس سهمی $A(1, -1)$, $a = 2$ (۰/۲۵) مختصات کانون سهمی $F(1, -3)$ (۰/۲۵) و معادله خط هادی برابر با $y = 1$ است. (۰/۲۵) ب) مختصات نقطه برخورد $x = 3$ و سهمی نقطه $B(3, -\frac{3}{2})$ است. (۰/۲۵) پرتو بازتابش از کانون سهمی می گذرد. (۰/۲۵) معادله بازتابش $y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$ است. (۰/۲۵)	۱۰

۰/۷۵	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) $\vec{i} + \vec{j}$ (۰/۲۵)	۱۱
۱	$\vec{a} \parallel \vec{b} \longrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \quad (۰/۲۵)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(k\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{k \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = k\vec{b} = \vec{a} \quad (۰/۲۵)$	۱۲
۱/۲۵	بردارهای عمود بر بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود باشد برداری موازی با $\vec{a} \times \vec{b}$ است. پس اندازه بردار واحد است. پس بنابراین $(۰/۲۵) \cdot \vec{c} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\vec{c} = 1 \longrightarrow r = \frac{1}{3\sqrt{3}} \quad (۰/۵)$ $(۰/۲۵) \cdot \vec{c} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	۱۳
۱/۵	$ \vec{a} = \vec{b} \xrightarrow{(۰/۲۵)} 1 + 16 + (m+1)^2 = 16 + 25 + (3-m)^2 \longrightarrow m = 4 \quad (۰/۵)$ $S = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix} = (-21, 21, 21) = 21\sqrt{3} \quad (۰/۵)$	۱۴
۱/۵	حجم متوازی السطوح برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در طول ارتفاع (۰/۲۵) از طرفی حجم متوازی السطوح برابر است با: قاعده متوازی السطوح یک متوازی الاضلاع است و مساحت قاعده برابر است با اندازه ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$. پس $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 7 \quad (۰/۵)$ $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (6, 3, -2) = 7 \quad (۰/۵)$ $V = Sh = 7h \longrightarrow h = \frac{7}{7} = 1 \quad (۰/۲۵)$	۱۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

نام حوزه امتحانی: تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۲/۱۴ رشته: ریاضی و فیزیک پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه در این کادر چیزی ننویسید.	محل مهر رییس حوزه اجرا	شماره داوطلب: نام: نام خانوادگی: نام آموزشگاه: نام شهرستان / منطقه / ناحیه: ساعت شروع: ۱۴ عصر تعداد صفحه: ۴	بسمه تعالی وزارت آموزش و پرورش مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آ.پ پاسخ نامه امتحان نهایی درس هندسه ۳
---	------------------------	---	--

۲/۵	(الف) (ب) (پ) (ت)	در این کادر چیزی ننویسید. ۱- تصحیح اول با عدد با حروف نام و نام خانوادگی و امضا مصحح اول: ۱- تصحیح دوم با عدد با حروف نام و نام خانوادگی و امضا مصحح دو
۱/۵	۲-	
۱/۵	۳-	

۱/۲۵	-۸
۱/۲۵	-۹
۱/۵	۱۰-الف) ب)

۰/۷۵	۱۱- الف) ب) پ)
۱	۱۲-
۱/۲۵	۱۳-
۱/۵	۱۴-
۱/۵	۱۵-