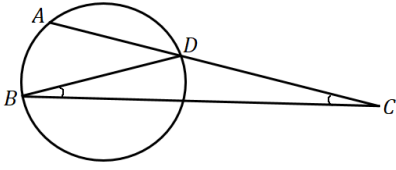
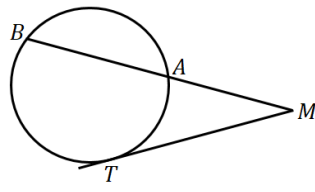
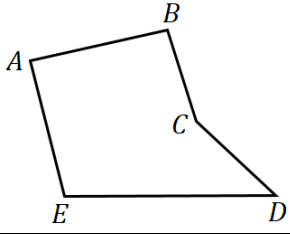
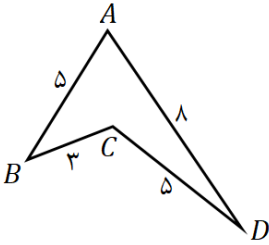
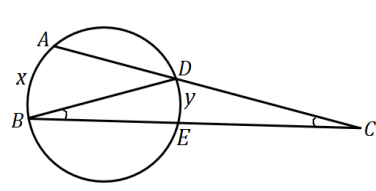
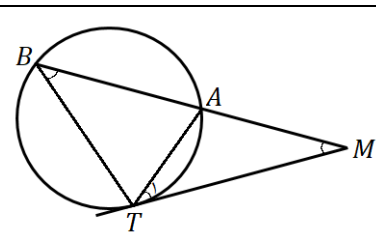


سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

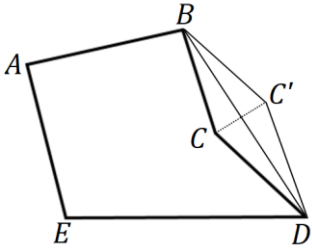
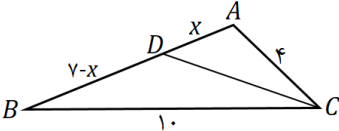
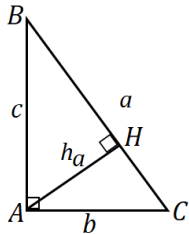
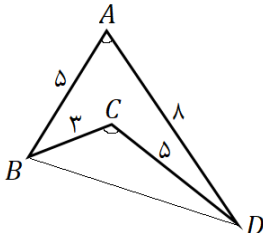
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) اگر دو وتر از یک دایره موازی باشند، کمان های محصور بین این دو وتر برابرند. ب) یک دوزنقه محیطی است اگر و فقط اگر متساوی الساقین باشد. پ) انتقال، شیب خط را حفظ می کند. ت) ترکیب دو بازتاب با محورهای عمود بر هم، یک دوران با زاویه 90° است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب کامل کنید. الف) زاویه ای که راس آن یک نقطه از دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از همان دایره باشند را زاویه می نامند. ب) دو دایره هیچ مماس مشترکی ندارند. پ) اگر نسبت تجانس منفی باشد، تجانس را می نامیم. ت) بازتاب دارای نقطه ثابت است.	۲
۳	در دایره به شعاع ۶، مساحت قطاعی که زاویه مرکزی آن 120° باشد کدام است؟ (۱) 3π (۲) 6π (۳) 9π (۴) 12π اگر اندازه شعاع های دایره های محاطی خارجی یک مثلث ۳ و ۴ و ۶ باشد، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$ مساحت یک ۸ ضلعی منتظم که در دایره ای به شعاع ۲ محاط شده باشد، کدام است؟ (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $12\sqrt{2}$ (۴) $16\sqrt{2}$ در کدام تبدیل، همواره اگر $T(A) = A'$ آن گاه $T(A') = A$ است؟ (۱) بازتاب (۲) دوران (۳) انتقال (۴) تجانس در مثلث ABC ، اگر $AB = 6$ ، $AC = 10$ و $BC = 14$ باشد، طول میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟ (۱) $\sqrt{21}$ (۲) $\sqrt{19}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{15}$	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۴	دو دایره متخارج اند. اگر طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن ها به ترتیب $\sqrt{15}$ و $3\sqrt{7}$ بوده و طول خط المרכזین ۸ باشد، اندازه شعاع های این دو دایره را بیابید.	۱/۵

۵	در شکل مقابل، اندازه کمان AB برابر 100° و اندازه زاویه C برابر 20° است. اندازه زاویه B را بیابید.		۱
۶	با توجه به شکل مقابل ثابت کنید: $MT^2 = AM \times BM$.		۱
۷	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع از هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.		۱/۵
۸	نشان دهید هر تبدیل طول پا، اندازه زاویه را حفظ می کند.		۱
۹	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت ناحیه بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را بیابید.		۱
۱۰	نقاط A و B در یک سمت خط d مفروض اند. نقطه ای مانند M روی خط d بیابید که $AM + BM$ کمترین مقدار ممکن باشد (ادعای خود را اثبات کنید).		۱/۵
۱۱	در شکل مقابل، $BC = 3\sqrt{2}$ ، $CD = 4\sqrt{2}$ و $\hat{BCD} = 150^\circ$ است. با ثابت نگه داشتن محیط و تعداد اضلاع، مساحت را افزایش دهید و مقدار این افزایش را بیابید.		۱
۱۲	در مثلثی به اضلاع ۴ و ۵ و ۷ سینوس بزرگترین زاویه مثلث را بیابید.		۱
۱۳	طول اضلاع مثلثی ۴ و ۱۰ و ۷ است. طول نیمساز زاویه داخلی مقابل به ضلع متوسط را بیابید.		۱/۲۵
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم: $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.		۱
۱۵	در شکل مقابل، طول هر یک از اضلاع بر روی آن نوشته شده است. اگر $\hat{BCD} = 120^\circ$ ، مساحت چهارضلعی $ABCD$ را محاسبه کنید.		۱/۷۵
۲۰	جمع	موفق باشید	

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

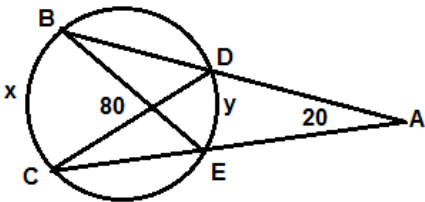
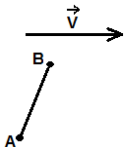
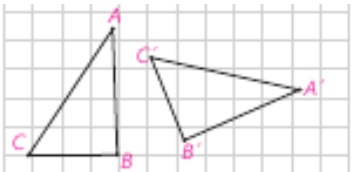
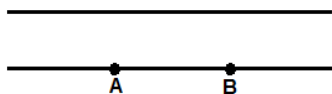
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۵ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۴۱ ب) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۹ ت) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۴۵	۱
۲	الف) محاطی (۰/۵) صفحه ۱۲ پ) معکوس (۰/۵) صفحه ۴۵ ب) متداخل (۰/۵) صفحه ۲۲ ت) بیشمار (۰/۵) صفحه ۵۵	۲
۳	الف) ۴ (۰/۲۵) صفحه ۱۲ پ) ۲ (۰/۲۵) صفحه ۳۱ ث) ۲ (۰/۲۵) صفحه ۶۹ ب) ۴ (۰/۲۵) صفحه ۲۹ ت) ۱ (۰/۲۵) صفحه ۳۷	۲/۵
۴	فرض کنید طول کمان‌های AB و DE به ترتیب x و y باشد. در این صورت:  $\hat{C} = \frac{x-y}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{۱۰۰^\circ - y}{2} \Rightarrow y = ۴۰^\circ \quad (۰/۲۵)$ $\hat{B} = \frac{y}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \hat{B} = \frac{۴۰^\circ}{2} = ۲۰^\circ \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۱۶	۱
۵	با توجه به شکل مقابل، $\hat{T}_1 = \hat{B}$ و $\hat{B} = \hat{B}$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث BMT و TMA بنا به حالت برابری دو زاویه با هم متشابه‌اند. پس  $\frac{BT}{AT} = \frac{TM}{AM} = \frac{BM}{TM} \quad (۰/۲۵) \quad \text{و لذا با ضرب طرفین در وسطین}$ $\frac{TM}{AM} = \frac{BM}{TM}, \quad \text{نتیجه می‌گیریم که } TM^2 = MA \times MB \quad (۰/۲۵).$ صفحه ۱۹	۱
۶	فرض کنید شعاع دایره بزرگتر برابر r و شعاع دایره کوچکتر برابر r' باشد. در این صورت: $\sqrt{۱۵} = \sqrt{۸^2 - (r+r')^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow r+r' = ۷ \quad (۰/۲۵)$ $۳\sqrt{۷} = \sqrt{۸^2 - (r-r')^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow r-r' = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow r = ۴ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad r' = ۳ \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۲۱ و ۲۲	۱/۵

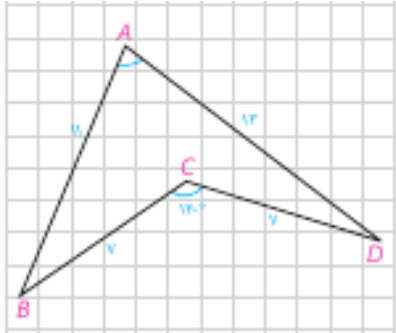
۱/۵	دایره محیطی مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. عمودمنصف ضلع BC را رسم کرده (خط d) و محل تلاقی آن با دایره محیطی را M می‌نامیم (۰/۲۵). چون مرکز دایره محیطی، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است، پس مرکز دایره روی خط d واقع است (۰/۲۵). از طرفی با توجه به اینکه قطر عمود بر وتر، کمان نظیر آن را نصف می‌کند، نتیجه می‌گیریم که M وسط کمان BC است (۰/۲۵). اکنون M را به A وصل می‌کنیم. چون $\hat{A}_1$ محاطی است، پس $\hat{A}_1 = \frac{BM}{r}$ (۰/۲۵) و چون $\hat{A}_p$ محاطی است، پس $\hat{A}_p = \frac{CM}{r}$ (۰/۲۵). لذا با توجه به برابری اندازه کمان‌های BM و CM نتیجه می‌گیریم که $\hat{A}_1 = \hat{A}_p$ و این یعنی M روی نیمساز $\hat{A}$ واقع است (۰/۲۵). صفحه ۲۹	۷
۱	فرض کنید T یک تبدیل طول‌پا باشد. زاویه دلخواه $x\hat{O}y$ را در نظر گرفته و فرض کنید $T(A) = A'$, $T(B) = B'$ و $T(O) = O'$ باشد. از آنجایی که T طول‌پا است، پس $AB = A'B'$ (۰/۲۵) و $OA = O'A'$ و $OB = O'B'$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث ABO و $A'B'O'$ بنا به حالت برابری سه ضلع هم‌نهشت بوده و از برابری اجزای متناظر نتیجه می‌گیریم که $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$ (۰/۲۵). صفحه ۳۶	۸
۱	فرض کنید $S_{ABCD} = S$ و $S_{A'B'C'D'} = S'$ باشد. در این صورت: $\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9} \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{S - S' = 5} S = ۹ \quad (۰/۲۵)$ بنابراین طول اضلاع مربع $ABCD$ برابر ۳ بوده و لذا محیط آن ۱۲ می‌باشد (۰/۲۵). صفحه ۵۱	۹
۱/۵	بازتاب نقطه B نسبت به خط d را B' می‌نامیم (۰/۲۵). اگر خط گذرا از دو نقطه A و B' و خط d را در نقطه M قطع کند، در این صورت $AM + BM$ کمترین مقدار را دارد (۰/۲۵). اثبات: فرض کنید N یک نقطه دلخواه روی خط d باشد. چون d عمودمنصف BB' است، پس $BN = B'N$ (۰/۲۵). به طریق مشابه $BM = B'M$ و لذا $AM + BM = AM + MB' = AB'$ (۰/۲۵). اکنون با توجه به قضیه نامساوی مثلثی در مثلث ANB' می‌توان نوشت: $AB' < AN + B'N \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{AB' = AM + BM, B'N = BN} AM + BM < AN + BN \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۵۱	۱۰

۱	 بازتاب نقطه C نسبت به خط BD را C' می‌نامیم (۰/۲۵). در این صورت محیط پنج ضلعی $ABC'DE$ با محیط پنج ضلعی $ABCDE$ است ولی مساحت آن بیشتر می‌باشد (۰/۲۵). چون $S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \sin(150^\circ) = 6$ (۰/۲۵). پس میزان افزایش مساحت برابر $2S_{BCD} = 12$ است (۰/۲۵). صفحه ۵۶	۱۱
۱	فرض کنید $a = 7$, $b = 5$ و $c = 4$ اضلاع مثلث ABC باشند. در این صورت $\hat{A}$ بزرگترین زاویه از این مثلث بوده و بنا بر قضیه کسینوس‌ها داریم: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$. پس می‌توان نوشت: $7^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4) \cos \hat{A} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-1}{5} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin \hat{A} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{25}} \quad (۰/۲۵)$ از آن جایی که $0^\circ < \hat{A} < 180^\circ$ پس $\sin \hat{A} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ (۰/۲۵). صفحه ۶۷	۱۲
۱/۲۵	فرض کنید CD نیمساز $\hat{C}$ باشد. در این صورت:  $\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2 \quad (۰/۲۵)$ $CD^2 = AC \times BC - AD \times BD \quad (۰/۲۵) \Rightarrow CD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow CD = \sqrt{30} \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۷۲	۱۳
۱	 $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{a^2}{(bc)^2} = \frac{a^2}{(ah_a)^2} = \frac{1}{h_a^2} \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۶۵	۱۴
۱/۷۵	از B به D وصل می‌کنیم. در این صورت $BD^2 = 5^2 + 3^2 - 5 \times 3 \times \cos 120^\circ$ (۰/۲۵) و لذا $BD = 7$ (۰/۲۵). اکنون طبق قضیه هرون می‌توان نوشت:  $P_{ABD} = \frac{5 + 7 + 3}{2} = 10 \quad (۰/۲۵)$ $S_{ABD} = \sqrt{10(10-7)(10-3)(10-5)} = 10\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$ $10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۰/۲۵) \text{ و } S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4} \quad (۰/۲۵)$ $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \quad (۰/۲۵) \quad \text{صفحه ۷۶}$	۱۵

سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

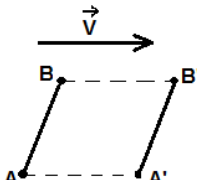
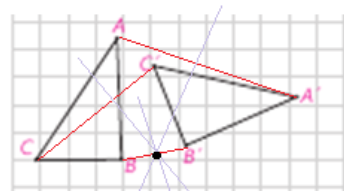
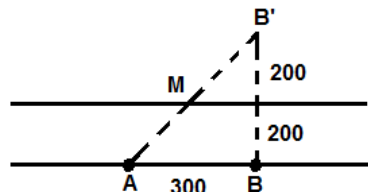
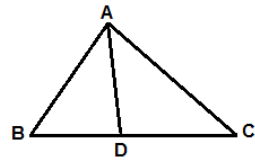
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	جملات زیر را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) دو دایره به شعاع های ۳ و ۱ واحد و طول خط المרכזین ۲ واحد، نسبت به هم هستند. ب) در دایره $C(O, 4)$ اگر طول وتر AB برابر با ۴ باشد، مساحت قطاع OAB برابر است با پ) دو خط d و d' یکدیگر را در نقطه O با زاویه 50° درجه قطع می کنند. اگر بازتاب نقطه A نسبت به d نقطه A' و بازتاب نقطه A' نسبت به d' نقطه A'' باشد، اندازه زاویه AOA'' برابر است با ت) هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه داشته باشیم $T(A)=A$ تبدیل T را تبدیل گوییم. (ثابت - همانی)	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) دو وتر از دایره با هم موازیند اگر و تنها اگر کمان های محصور بین آنها با هم برابر باشند. ب) یک دوزنقه متساوی الساقین لزوماً محاطی است. ج) هر تبدیل هندسی طولی لزوماً جهت شکل را حفظ می کند. د) در حالت کلی بازتاب شیب خط را حفظ نمی کند.	۱
۳	۱-۳ اگر تصویر مربع $ABCD$ تحت تجانس با نسبت $1/4 -$ و مرکز O (محل برخورد قطرهای مربع)، مربع $A'B'C'D'$ باشد، نسبت مساحت $ABCD$ به مساحت $A'B'C'D'$ کدام است؟ الف) $1/4$ (ب) ۲ (ج) $1/4$ (د) ۴ ۲-۳ کدام گزینه درست است؟ الف) هر انتقال بی شمار نقطه ثابت دارد. (ب) هر تجانس طولپاست. ج) هر دوران حداقل یک نقطه ثابت دارد. (د) تجانس لزوماً اندازه ی زاویه را حفظ نمی کند. ۳-۳ مساحت مثلثی با طول اضلاع ۵ و ۶ و ۹ برابر است با : الف) $10\sqrt{2}$ (ب) ۱۰ (ج) $5\sqrt{2}$ (د) $15\sqrt{2}$ ۴-۳ نیمسازهای زوایای داخلی یک چهارضلعی از یک نقطه می گذرند. اگر اندازه سه ضلع متوالی آن به ترتیب ۷ و ۱۰ و ۹ باشند، محیط چهارضلعی کدام است؟ الف) ۳۶ (ب) ۲۸ (ج) ۳۵ (د) ۳۲	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۴	نشان دهید در هر دایره قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان متناظر با آن را نصف می کند.	۱
۵	نشان دهید هرگاه از نقطه ای خارج از دایره یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شود، طول مماس واسطه هندسی دو قطعه قاطع است.	۱/۲۵

۱/۲۵	در شکل مقابل اندازه ی زاویه ی DBE را تعیین کنید. 	۶
۱	مراحل رسم مماس بر دایره از نقطه‌ای خارج از آن را توضیح دهید. (همراه با رسم شکل)	۷
۱/۲۵	طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره به ترتیب $\sqrt{15}$ و $3\sqrt{7}$ و طول خط‌المرکزین آنها ۸ است. الف) شعاع‌های دو دایره را تعیین کنید. ب) وضعیت این دو دایره نسبت به هم چگونه است؟	۸
۱/۲۵	الف) نشان دهید هر تبدیل هندسی طولی‌ا اندازه زاویه را حفظ می‌کند. (با رسم شکل) ب) آیا عکس قضیه‌ی فوق برقرار است؟ (همراه با ذکر دلیل)	۹
۱	با توجه به شکل زیر نشان دهید انتقال طولی‌است و شیب خط را حفظ می‌کند. 	۱۰
۰/۷۵	در شکل زیر مثلث $A'B'C'$ دوران یافته مثلث ABC است. توضیح دهید چگونه می‌توان مرکز دوران را تعیین کرد. 	۱۱
۱/۲۵	می‌خواهیم کنار رودخانه سه اسکله بسازیم. جای دو اسکله A و B در شکل زیر مشخص شده است. الف) محل احداث اسکله M را در ساحل دیگر رودخانه طوری تعیین کنید که مسیر MABM کوتاه‌ترین مسیر باشد. ب) اگر عرض رودخانه ۲۰۰ متر و فاصله دو اسکله ۳۰۰ متر باشد، مجموع فواصل M تا A و B چقدر است؟ 	۱۲
۱/۲۵	نشان دهید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند. (رسم شکل الزامی است)	۱۳
۱/۵	مثلث ABC با $AB = 4$, $AC = 5$, $BC = 6$ مفروض است. طول نیمساز زاویه داخلی A را محاسبه کنید.	۱۴

۱/۲۵	در مثلثی با طول اضلاع ۹ و ۸ و ۳، طول میانه وارد بر ضلع بزرگتر را محاسبه کنید.	۱۵
۲	در شکل مقابل داریم $AB = ۱۱$, $AD = ۱۳$, $BC = CD = ۷$, $\hat{C} = ۱۲۰^\circ$.  الف) اندازه زاویه A را تعیین کنید. ب) مساحت چهارضلعی ABCD را محاسبه کنید. ج) اگر بخواهیم با حفظ محیط چهارضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم، افزایش مساحت چقدر است؟	۱۶
۲۰	جمع	موفق باشید

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

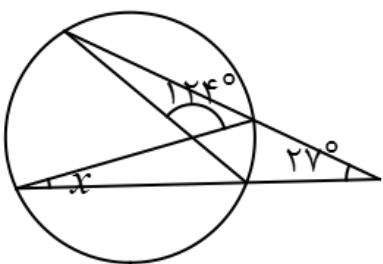
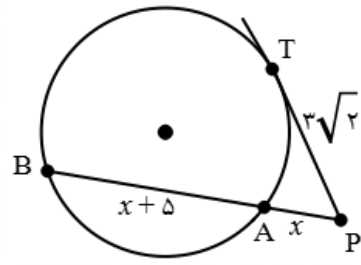
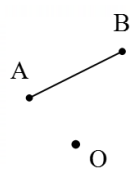
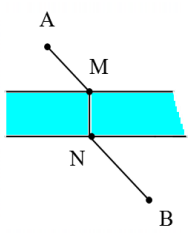
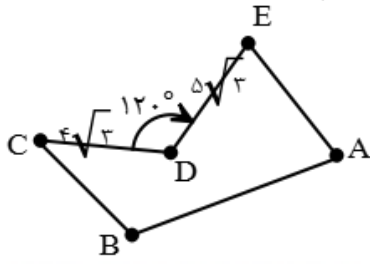
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) مماس درون (ب) $\frac{8\pi}{3}$ (پ) ۱۰۰ درجه (ت) همانی هر مورد (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) درست (۰/۲۵)	۱
۳	۱-۳-د (۰/۲۵) ۲-۳-ج (۰/۲۵) ۳-۳-الف (۰/۲۵) ۳-۴-د (۰/۲۵)	۱
۴	فعالیت صفحه ۱۳ کتاب- اثبات تساوی دو مثلث (۰/۷۵) و نتایج هر کدام (۰/۲۵)	۱/۲۵
۵	$\frac{x+y}{2} = 80, \frac{x-y}{2} = 20 \Rightarrow \begin{cases} x+y = 160 \\ x-y = 40 \end{cases} \Rightarrow x = 100, y = 60$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $(0/25) DBE = \frac{y}{2} = 30$	۱/۲۵
۶	قضیه صفحه ۱۸ کتاب (قسمت سوم فعالیت صفحه ۱۸) اثبات تشابه دو مثلث (۱ نمره) - نوشتن تناسب صحیح (۰/۲۵) - طرفین وسطین و نتیجه (۰/۲۵)	۱/۵
۷	صفحه ۱۹ کتاب پیدا کردن وسط OM (۰/۲۵) - زدن دایره به مرکز N و شعاع ON (۰/۵) - یافتن T و رسم MT (۰/۲۵)	۱
۸	$(0/5) \sqrt{64 - (R - R')^2} = 3\sqrt{7} \Rightarrow (R - R')^2 = 1 \Rightarrow R - R' = 1$ $(0/5) \sqrt{64 - (R + R')^2} = \sqrt{15} \Rightarrow (R + R')^2 = 49 \Rightarrow R + R' = 7$ $(0/25) R = 4, R' = 3$ d > R+R' پس دو دایره متخارج هستند. (۰/۲۵)	۱/۵
۹	الف) فعالیت صفحه ۳۴ کتاب- رسم شکل (۰/۲۵) - دلیل همنهشتی (۰/۷۵) (ب) خیر به عنوان مثال نقض، تجانس اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند اما طولی نیست.	۱ ۰/۵
۱۰	با توجه به تعریف انتقال $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{V}$. پس $\overrightarrow{BBA'} \parallel \overrightarrow{AA'}$ (۰/۵). بنابراین چهارضلعی $ABB'A'$ متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه دو ضلع دیگر آن نیز با هم موازی و مساویند یعنی $AB = A'B'$ که	۱

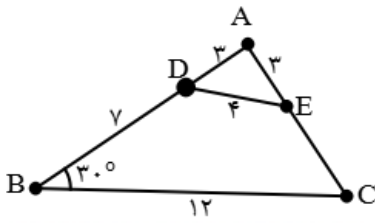
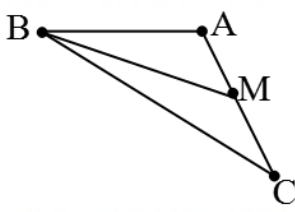
	نشان می‌دهد انتقال طولی است (۰/۲۵) و $AB \parallel A'B'$ که نشان می‌دهد انتقال شیب خط را حفظ می‌کند. (۰/۲۵) 	
۰/۷۵	با توجه به این که مرکز دوران روی عمودمنصف پاره خطی است که یک نقطه را به تصویرش متصل می‌کند، با رسم عمودمنصفهای پاره خطهای AA' و BB' و CC' و تعیین محل برخورد آنها، مرکز دوران را مشخص کرد. (رسم دو عمودمنصف هم کافی است) (۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) 	۱۱
۰/۷۵	الف) ابتدا تصویر یکی از نقاط مثلاً B را تحت بازتاب نسبت به ساحل دیگر رودخانه تعیین می‌کنیم و آن را B' می‌نامیم. (۰/۲۵) محل برخورد پاره خط AB' به ساحل دیگر رودخانه، نقطه ی M می‌باشد. (۰/۲۵)  ب) $AM + MB = AM + MB' = AB' = \sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{250000} = 500$ (ب)	۱۲
۱,۲۵	صفحه ۶۸ کتاب - رسم پاره خط EC (۰/۲۵) - اثبات متساوی الساقین مثلث AEC (۰/۵) - نوشتن رابطه تعمیم تالس و نتیجه آن (۰/۵)	۱۳
۱/۵	(انمره) $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{BD}{6-BD} \Rightarrow BD = \frac{8}{3}, CD = \frac{10}{3}$ $AD^2 = AB \times AC - BD \times CD = 4 \times 5 - \frac{8}{3} \times \frac{10}{3} = 20 - \frac{80}{9} = \frac{100}{9}$ (۰/۵) 	۱۴
۱/۲۵	$AM = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2(64 + 9) - 81} = \frac{\sqrt{65}}{2}$ نوشتن فرمول (۰/۵) - جایگذاری صحیح (۰/۷۵) روش های حل بدون استفاده از فرمول هم به تناسب نمره داده شود	۱۵

۲	الف) ۱۶ $BD^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 7 \times \cos 120^\circ = 147 \Rightarrow BD = 7\sqrt{3} \quad (0/5)$ $BD^2 = 11^2 + 13^2 - 2 \times 11 \times 13 \times \cos A = 147 \Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ \quad (0/5)$ $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 11 \times 13 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin 120^\circ = \frac{143\sqrt{3}}{4} - \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{94\sqrt{3}}{4} \quad (ب)$ (0/75) ج) حداکثر افزایش مساحت به اندازه‌ی دو برابر مساحت مثلث BCD است پس $S = \frac{49\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$	
---	---	--

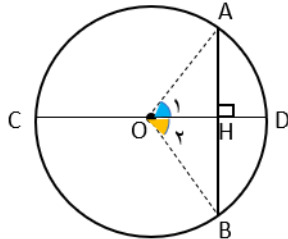
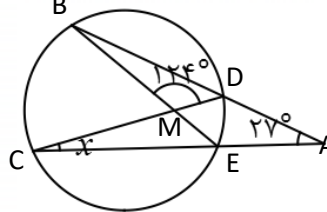
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

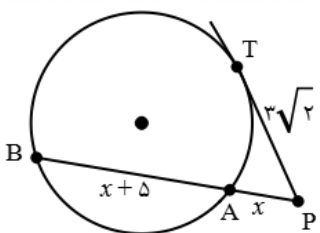
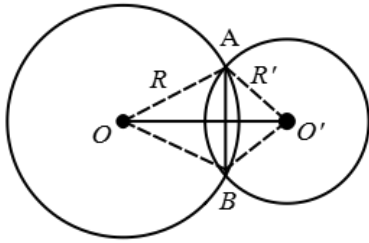
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی و یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف) عمود منصف‌های همه اضلاع یک چند ضلعی محاطی در یک نقطه هم‌رس هستند. ب) تبدیل‌های بازتاب، انتقال، دوران همواره موقعیت شکل را تغییر می‌دهند، اما اندازه پاره‌ها و زاویه‌ها را تغییر نمی‌دهند.	۰/۵
۲	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف) اگر نقطه P بیرون دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است. ب) در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه رو به رو به آن ضلع برابر با اندازه است.	۰/۵
۳	در دایره $C(O, r)$ اندازه وترهای AB, CD به ترتیب برابر a^2 و $a^2 + 1$ می‌باشد. اگر $OH = x + 1$ و $OH' = 2x - 1$ حدود x کدام است. (OH و OH' به ترتیب فاصله وتر AB و CD از مرکز دایره است) $(1) x > 2 \quad (2) x < 2 \quad (3) \frac{1}{2} < x < 2 \quad (4) -3 < x < 2$ یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد، مساحت مربع اولیه کدام است؟ $(1) S = 9 \quad (2) S = 2 \quad (3) S = 3 \quad (4) S = 4$ اگر در مثلث ABC ، $BC = 10 \text{ cm}$ و $A = 120^\circ$ ، شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟ $(1) \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (2) \frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (3) \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (4) \frac{10\sqrt{3}}{2}$	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۴	مساحت قطاعی از دایره $C(O, 6)$ را بیابید که طول کمان روبه روی آن برابر 2π است.	۱
۵	نشان دهید اگر قطر CD از دایره $C(O, r)$ بر وتر AB عمود باشد، آنگاه کمان AB را نصف می‌کند.	۱/۲۵

۶	در شکل های زیر مقدار x را به دست آورید.	۲
	 	
۷	برای دو دایره متقاطع $C(O, R)$, $C'(O', R')$ درستی رابطه $ R - R' < OO' < R + R'$ را ثابت کنید.	۱
۸	طول شعاع های دو دایره مماس برون را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $2\sqrt{10}$ و $R - R' = 3$ باشد.	۱
۹	برای یک مثلث متساوی الاضلاع با طول ضلع $\sqrt{3}$ ، شعاع دایره محاطی را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۰	برای حالت زیر نشان دهید تبدیل دوران طول پاره خط را حفظ می کند. (زاویه دوران از زاویه AOB بزرگتر است)	۱/۵
		
۱۱	الف) نقطه ثابت تبدیل های غیر همانی (بازتاب ، دوران ، تجانس) را در صورت وجود مشخص کنید. ب) تبدیل های "انتقال ، دوران ، تجانس" در چه صورتی می توانند تبدیل همانی باشند؟	۱/۵
۱۲	اگر دو شهر A, B در دو طرف یک رودخانه قرار داشته باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که $AMNB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟ ادعای خود را ثابت کنید.	۱/۵
		
۱۳	شکل زیر را در نظر بگیرید، می خواهیم بدون آنکه محیط این شکل تغییر کند، مساحت آن را افزایش دهیم. به کمک کدام تبدیل هندسی می توان این کار را انجام داد؟ میزان افزایش مساحت را حساب کنید.	۱
		

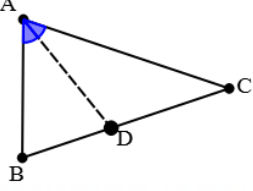
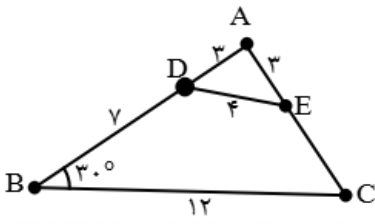
۱/۵	نشان دهید در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.	۱۴
۱	در مثلث ABC، $AB = ۱۳$، $AC = ۱۴$، $BC = ۱۵$ است. طول‌های دو قطعه‌ای را به دست آورید که نیمساز زاویه A روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.	۱۵
۱/۲۵	در شکل مقابل مساحت چهارضلعی $DECB$ را محاسبه کنید. 	۱۶
۱/۲۵	در مثلث ABC، میانه BM را رسم کرده‌ایم. به کمک قضیه کسینوس‌ها ثابت کنید: $(AB = c, AC = b, BC = a) \quad a^2 + c^2 = 2BM^2 + \frac{b^2}{2}$ 	۱۷
۲۰	جمع	موفق باشید

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

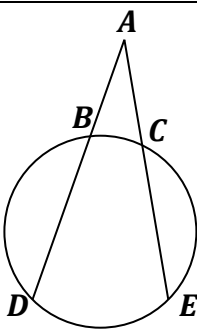
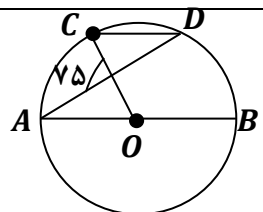
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره				
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)	۰/۵				
۲	الف) بزرگتر (۰/۲۵) ب) وتر (یا دو برابر شعاع دایره محیطی) (۰/۲۵)	۰/۵				
۳	الف) گزینه ۳ (۰/۵) ب) گزینه ۱ (۰/۵) پ) گزینه ۳ (۰/۵)	۱/۵				
۴	۱ $L = \frac{\alpha}{360} 2\pi r = 2\pi \left(\frac{0}{25} \right) \Rightarrow \alpha = 60^\circ \left(\frac{0}{25} \right)$$S = \frac{\alpha}{360} \pi r^2 \left(\frac{0}{25} \right) = \frac{60}{360} \pi (6)^2 = 6\pi \left(\frac{0}{25} \right)$					
۵	روش اول: <table><tr><td>فرض</td><td>$CD \perp AB$</td></tr><tr><td>حکم</td><td>$AD = BD, AC = BC$</td></tr></table> $\Delta OAH \cong \Delta OBH \rightarrow \begin{cases} OA = OB = r \\ OH = OH \quad \left(\frac{0}{5} \right) \Rightarrow O_1 = O_2 \left(\frac{0}{25} \right) \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \end{cases}$ $AD = BD \left(\frac{0}{25} \right) \Rightarrow 180^\circ - AD = 180^\circ - BD \rightarrow AC = BC \left(\frac{0}{25} \right)$ روش دوم: چون $OA = OB = r$ پس نقطه O روی عمود منصف AB قرار دارد. (۰/۲۵) از طرفی چون $CD \perp AB$ پس OH عمود منصف AB است. (۰/۲۵) همچنین مثلث OAB متساوی الساقین است، پس OH نیمساز زاویه O است. یعنی $O_1 = O_2$ (۰/۲۵). لذا، $AD = BD$ (۰/۲۵) و: $180^\circ - AD = 180^\circ - BD \rightarrow AC = BC \quad (0/25)$	فرض	$CD \perp AB$	حکم	$AD = BD, AC = BC$	۱/۲۵ 
فرض	$CD \perp AB$					
حکم	$AD = BD, AC = BC$					
۶	$A = \frac{BC - DE}{2} = 27^\circ \Rightarrow BC - DE = 54^\circ \left(\frac{0}{25} \right)$ 	۲				

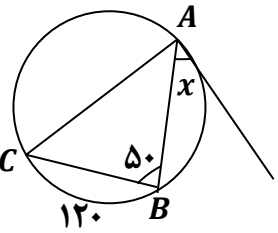
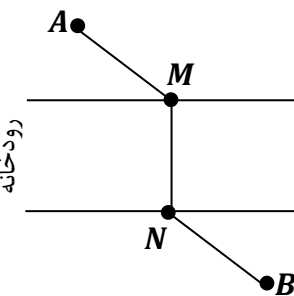
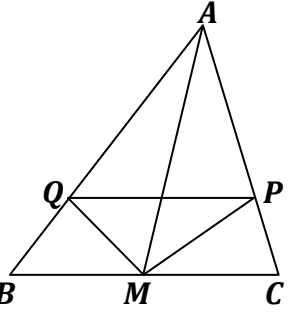
	$M_1 = \frac{BC + DE}{2} \Rightarrow 180^\circ - 124^\circ = \frac{BC + DE}{2} \Rightarrow BC + DE = 112^\circ \quad (./ 25)$ $\begin{cases} BC - DE = 54^\circ \\ BC + DE = 112^\circ \end{cases} \Rightarrow BC = 83^\circ, DE = 29^\circ \quad (./ 5) \Rightarrow x = \frac{DE}{2} = 14.5^\circ \quad (./ 25)$ $PT^2 = PA \times PB \Rightarrow (r\sqrt{2})^2 = x \times (2x + 5) \quad (./ 25)$ $\Rightarrow 2x^2 + 5x - 18 = 0 \quad (./ 25) \Rightarrow (2x + 9)(x - 2) = 0 \rightarrow x = 2 \quad (./ 25)$ 	
۱	بنا به نامساوی مثلثی در مثلث OAO' داریم :  $\begin{cases} OO' < R + R' \quad (1) \\ R < OO' + R' \\ R' < OO' + R \end{cases} \quad (./ 25) \Rightarrow \begin{cases} R - R' < OO' \\ -OO' < R - R' \end{cases} \Rightarrow -OO' < R - R' < OO' \quad (2) \quad (./ 25)$ $\Rightarrow R - R' < OO' \quad (./ 25) \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} R - R' < OO' < R + R' \quad (./ 25)$	۷
۱	دو دایره مماس برون اند، پس $R + R' = OO' \quad (./ 25)$ $\Rightarrow TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{10} \quad (./ 25) \Rightarrow RR' = 10, R - R' = 2 \Rightarrow R = 5, R' = 2 \quad (./ 5)$	۸
۰/۷۵	$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}{\frac{3a}{2}} \quad (./ 5) = \frac{\sqrt{3}a}{6} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} \quad (./ 25)$	۹

۱/۵	فرض کنیم تبدیل یافته نقطه A، نقطه A' و تبدیل یافته نقطه B، نقطه B' باشد. با توجه به شکل روبرو $O_1 + O_2 = O_3 + O_4 = \alpha$ (۰/۲۵) پس می توان گفت: $\angle AOB = \angle A'OB'$ (۰/۲۵). رسم شکل (۰/۲۵) $\Rightarrow AB = A'B' \quad (۰/۲۵)$ $\Delta AOB \cong \Delta A'OB' \rightarrow \begin{cases} OA = OA' \\ OB = OB' \\ \angle AOB = \angle A'OB' \end{cases} \quad (۰/۵)$	۱۰
۱/۵	الف) تمام نقاط روی محور تقارن بازتاب، نقاط ثابت تبدیل بازتاب است. (۰/۲۵) مرکز دوران تبدیل دوران، نقطه ثابت تبدیل دوران است. (۰/۲۵) مرکز تجانس تبدیل تجانس، نقطه ثابت تبدیل تجانس است. (۰/۲۵) ب) در تبدیل انتقال اگر بردار انتقال، بردار صفر باشد، تبدیل همانی می شود. (۰/۲۵) در تبدیل دوران اگر زاویه دوران $\alpha = K \times 360^\circ$ (۰/۲۵) باشد، K عدد صحیح است) تبدیل همانی می شود. در تبدیل تجانس اگر نسبت تجانس $k = 1$ (۰/۲۵) تبدیل همانی می شود.	۱۱
۱/۵	ابتدا تحت تبدیل انتقال (۰/۲۵) که بردار آن در راستای عمود بر رودخانه و طول آن برابر اندازه عرض رودخانه باشد، تصویر نقطه B را به دست می آوریم و آن را B' می نامیم. از A به B' وصل می کنیم و محل برخورد آن را با راستای رودخانه نقطه M می نامیم (۰/۲۵)، نقطه M محل احداث پل خواهد بود. از M به راستای دیگر رودخانه عمود می کنیم و آن را N می نامیم. مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر است. زیرا با توجه به ویژگی تبدیل انتقال خواهیم داشت: رسم شکل (۰/۲۵) $MN = BB', MN \parallel BB' \quad (۰/۲۵)$ $AMNB = AM + MN + NB = AM + BB' + MB' = AB' + BB' \quad (۰/۵)$	۱۲
۱	به کمک تبدیل بازتاب (۰/۲۵) $S_{DCD'E} = 2 \times S_{DCE} = 2 \times \frac{1}{2} \times DC \times DE \times \sin(120^\circ)$ $= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin(120^\circ) \quad (۰/۵) = 30\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$	۱۳

۱/۵	ابتدا نیمساز زاویه A یعنی AD را امتداد می دهیم تا دایره محیطی مثلث را در نقطه B قطع کند. از B به C وصل می کنیم. زاویه های B , E هر دو محاطی و رو به رو به یک کمان هستند، $B = E = \frac{AC}{2} (./ ۲۵)$ $\triangle ABC \sim \triangle AED (./ ۲۵) \Rightarrow \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} (./ ۲۵)$ $\Rightarrow AC \times AE = AD \times AB = AD \times (AD + DB) (./ ۲۵) = AD^2 + AD \times DB$ $AD \times DB = ED \times DC (./ ۲۵) \Rightarrow AC \times AE = AD^2 + ED \times DC \Rightarrow AD^2 = AC \times AE - ED \times DC (./ ۲۵)$	۱۴
۱	 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} (./ ۲۵) \Rightarrow \frac{۱۳}{۱۴} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{۱۳ + ۱۴}{۱۴} = \frac{BD + DC}{DC} (./ ۲۵)$ $\Rightarrow \frac{۲۷}{۱۴} = \frac{۱۵}{DC} \Rightarrow DC = \frac{۷۰}{۹} (./ ۲۵) , BD = ۱۵ - \frac{۷۰}{۹} = \frac{۶۵}{۹} (./ ۲۵)$	۱۵
	 روش اول: $2P = ۳ + ۳ + ۴ \Rightarrow P = ۵ (./ ۲۵)$ $\Rightarrow S_{ADE} = \sqrt{P(P-a)(p-b)(p-c)} (./ ۲۵)$ $S_{ADE} = \sqrt{۵(۵-۳)(۵-۳)(۵-۴)} = ۲\sqrt{۵}$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin(۳۰^\circ) (./ ۲۵)$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۱۲ \times \frac{1}{2} = ۳۰ (./ ۲۵)$ $S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE} = ۳۰ - ۲\sqrt{۵} (./ ۲۵)$	۱۶
۱/۲۵	روش دوم: $AC^2 = ۱۰^2 + ۱۲^2 - ۲ \times ۱۰ \times ۱۲ \times \cos ۳۰^\circ = ۲۴۴ - ۱۲۰\sqrt{۳} \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۶۱ - ۳۰\sqrt{۳}} (./ ۲۵)$ $S_{ABC} = \sqrt{P(P-۱۰)(P-۱۲)(P-2\sqrt{۶۱-30\sqrt{3}})} =$ $\sqrt{(11+\sqrt{61-30\sqrt{3}})(1+\sqrt{61-30\sqrt{3}})(-1+\sqrt{61-30\sqrt{3}})(11-\sqrt{61-30\sqrt{3}})}$ $S_{ABC} = ۳۰ (./ ۲۵) و 2P = ۳ + ۳ + ۴ = ۱۰ \rightarrow P = ۵ (./ ۲۵)$ $S_{ADE} = \sqrt{۵(۵-۳)(۵-۳)(۵-۴)} = ۲\sqrt{۵} (./ ۲۵) S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE} = ۳۰ - ۲\sqrt{۵} (./ ۲۵)$	۱۷

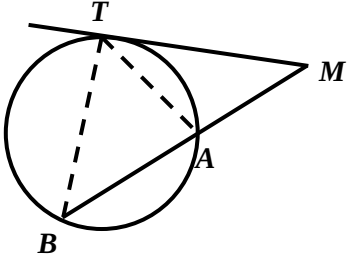
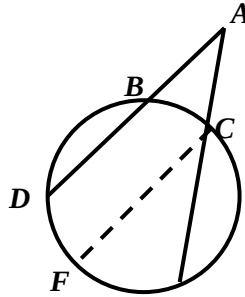
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

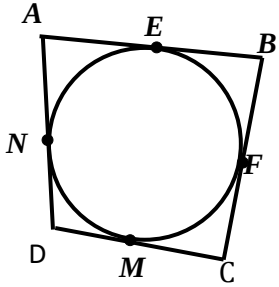
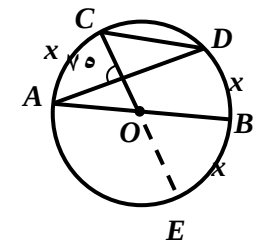
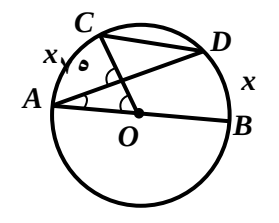
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) کایت یک چهارضلعی محاطی است. ب) در دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی متر، طول کمان رو به رو به زاویه ۶۰ درجه $\frac{3\pi}{2}$ است. پ) بازتاب، هیچگاه تبدیل همانی نیست. ت) در مثلث ABC، اگر $a^2 > b^2 + c^2$ باشد آنگاه $\hat{A} > 90^\circ$.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دو دایره به شعاع‌های $m - 2$ و $m + 2$ با خط‌المركزین $3m - 12$، دارای دقیقاً سه مماس مشترک باشند، مقدار m برابر است. ب) شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲، برابر است. پ) ترکیب دو بازتاب با محورهای بازتاب موازی، یک است. ت) در تجانس به مرکز O و نسبت k، اگر تصویر شکل، بزرگ‌تر می‌شود.	۱/۵
۳	نشان دهید هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.	۱/۵
۴	در شکل زیر ثابت کنید: $\hat{DAE} = \frac{DE - BC}{2}$ 	۱/۲۵
۵	نشان دهید اگر یک چهارضلعی محیطی باشد. آنگاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.	۱/۵
۶	در دایره رسم شده شکل مقابل $AB \parallel CD$، اندازه کمان CD را به دست آورید. 	۱/۵

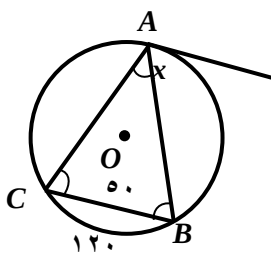
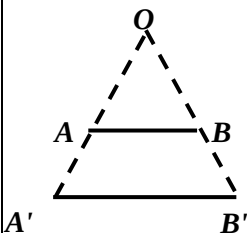
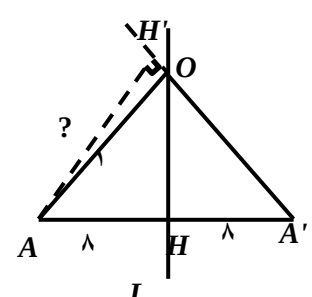
۷	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن‌ها $6\sqrt{2}$ و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها $4\sqrt{2}$ و طول خط‌المركزین آن‌ها مساوی ۹ باشد.	۱/۵
۸	با توجه به شکل زیر مقدار x را به دست آورید.	۰/۷۵
		
۹	ثابت کنید تجانس، شیب خط را حفظ می‌کند. (در حالتی اثبات کنید که مرکز تجانس روی پاره خط نباشد و $k > 0$)	۱/۲۵
۱۰	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر $AA' = 16$ و نقطه O روی خط L و $OA = 10$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟	۱/۲۵
۱۱	اگر دو شهر A و B دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟	۱
		
۱۲	ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (در حالتی اثبات کنید که مرکز دوران روی پاره خط AB نباشد و زاویه دوران، از زاویه $\hat{AOB}$ بیشتر باشد.)	۱/۵
۱۳	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMB ، AMC هستند؛ ثابت کنید: $PQ \parallel BC$	۱/۲۵
		
۱۴	در مثلث ABC ، $BC = 10$ و $\hat{A} = 120$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ است. مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه $\hat{B}$ را به دست آورید.	۱/۵

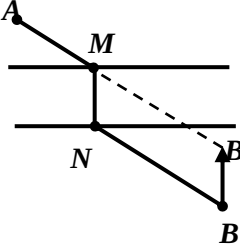
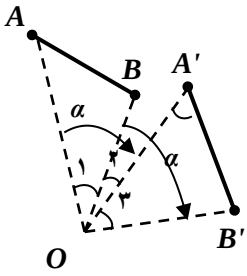
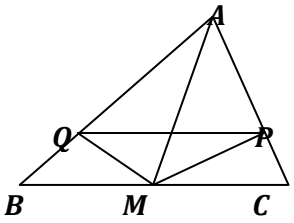
۱/۷۵	۱۵ مثلث با اضلاع $AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 7$ مفروض است. الف) مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید. ب) اندازه زاویه A را به دست آورید. (A منفرجه است)
۲۰	موفق باشید جمع

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ - صفحه ۲۸ پ) درست ۰/۲۵ - صفحه ۴۸	۱
۲	الف) ۱۲ ۰/۵ - صفحه ۲۲ پ) انتقال ۰/۲۵ - صفحه ۴۲	۱/۵
۳	 $\begin{cases} \widehat{MTA} = \frac{\widehat{AT}}{2} \quad ۰/۲۵ \\ \widehat{MBT} = \frac{\widehat{AT}}{2} \quad ۰/۲۵ \end{cases} \rightarrow \widehat{MTA} = \widehat{MBT}$ دو مثلث $\triangle MTA$ و $\triangle MTB$ متشابهند زیرا: $\begin{cases} \widehat{MTA} = \widehat{MBT} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{cases} \rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \rightarrow MT^2 = \frac{MA \cdot MB}{0/25}$ ص ۱۸	۱/۵
۴	راه حل اول:  از نقطه C خط CF را موازی BD رسم می کنیم. $BD \parallel CF \rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DF} \quad ۰/۲۵$ $AD \parallel CF \text{ و } AE \text{ مورب} \rightarrow \widehat{A} = \widehat{C} = \frac{1}{2} \widehat{EF} \quad ۰/۲۵$ $\widehat{A} = \frac{1}{2} \widehat{EF} \rightarrow \widehat{A} = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{DF}) \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{DF}} \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2} \quad ۰/۲۵$ راه حل دوم: از نقطه C به نقطه D وصل می کنیم، زاویه DCE زاویه خارجی مثلث ACD است، بنابراین: ۰/۲۵ $\widehat{DCE} = \widehat{BDC} + \widehat{DAC} \quad ۰/۲۵$ $\widehat{DCE} = \frac{\widehat{DE}}{2}, \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{DCE} - \widehat{BDC}$ $\widehat{DAC} = \widehat{DAE} \rightarrow \begin{cases} \widehat{DAE} = \widehat{DCE} - \widehat{BDC} \\ \widehat{DAE} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2} \end{cases} \quad ۰/۲۵$ ص ۱۵	۱/۲۵

۱/۵	۵ اگر از نقطه‌ای بیرون دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، دو پاره‌خط مماس هم‌اندازه‌اند. (۰/۲۵) پس:  $\begin{cases} AE = AN \\ BE = BF \\ CM = CF \\ DM = DN \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} (AE + BE) + (CM + DM) &= ۰/۲۵ \\ (AN + DN) + (BF + CF) &= ۰/۲۵ \\ \rightarrow AB + CD &= AD + BC \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$ صفحه ۲۷	۵
۱/۵	۶ راه حل اول: از مرکز دایره پاره‌خط CO را امتداد می‌دهیم که دایره را در نقطه E قطع کند؛ در اینصورت: $CD \parallel AB$ دو وتر بین دو خط موازی $\widehat{AC} = \widehat{BD} = x$ (۰/۲۵) $\widehat{AC} = \widehat{BE} = x$ زاویه مرکزی O (۰/۲۵)  $\rightarrow ۷۵^\circ = \frac{(x + x) + x}{۲} \rightarrow ۱۵۰ = ۳x \rightarrow x = ۵۰^\circ \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow \widehat{CD} = ۱۸۰ - ۲x \rightarrow \widehat{CD} = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ \quad ۰/۲۵$ راه حل دوم: زاویه ۷۵° درجه را E می‌نامیم. کمان $\widehat{BD} = \widehat{AC}$ زیرا بین دو خط موازی DC و AB قرار دارند. پس مقدار هر دو کمان را $\widehat{BD} = \widehat{AC} = x$ قرار می‌دهیم.  $\widehat{BD} = \widehat{AC} = x \quad ۰/۲۵$ $\widehat{O} = \widehat{AC} \quad ۰/۲۵ \text{ زاویه مرکزی}$ $\widehat{A} = \frac{\widehat{AB}}{۲} = \frac{x}{۲} \quad ۰/۲۵ \text{ زاویه محاطی}$ حال زاویه ۷۵° درجه یک زاویه خارجی برای مثلث $\triangle AOE$ است. پس: $۷۵^\circ = \widehat{O} + \widehat{A} = x + \frac{x}{۲} = \frac{۳x}{۲} \rightarrow x = ۵۰^\circ \quad ۰/۲۵$ $\widehat{CD} = ۱۸۰ - ۲x = ۱۸۰ - ۲ \times ۵۰ = ۸۰^\circ \quad ۰/۲۵$ صفحه ۱۷	۶
۱/۵	۷ $TT'^2 = 81 - (R - R')^2 = 72 \quad 0.25$ $MM'^2 = 81 - (R + R')^2 = 32 \quad 0.25$ $\rightarrow R - R' = 3 \quad 0.25; R + R' = 7 \quad 0.25$ $R = 5 \quad 0.25; R' = 2 \quad 0.25$	۷

۰/۷۵	راه حل اول:  $\widehat{A}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \quad \cdot/25$ $\widehat{C} = 180 - (60 + 50) = 70 \quad \cdot/25$ $\widehat{AB} = 70 \times 2 = 140 \rightarrow \widehat{x} = \frac{140}{2} = 70 \quad \cdot/25$ راه حل دوم: $\widehat{BC} = 120 \rightarrow \widehat{AC} = 50 \times 2 = 100 \quad \cdot/25$ $\widehat{AB} = 360 - (120 + 100) = 140 \quad \cdot/25$ $\widehat{x} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{140}{2} = 70 \quad \cdot/25$ صفحه ۱۴	۸
۱/۲۵	مرکز تجانس روی پاره خط AB نیست. در این حالت مطابق شکل A' و B' مجانس های A و B هستند:  $\begin{cases} OA' = K OA \\ OB' = K OB \end{cases} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K \quad \cdot/25$ بنا به عکس قضیه تالس $AB \parallel A'B' \rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad \cdot/25$ ص ۴۶	۹
۱/۲۵	راه حل اول: مطابق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = 8$ در مثلث قائم الزاویه OAH داریم:  $10^2 = 8^2 + OH^2 \rightarrow OH = 6 \quad \cdot/25$ $\begin{cases} S_{OAA'} = \frac{AA' \times OH}{2} \quad \cdot/25 \\ S_{OAA'} = \frac{OA' \times AH'}{2} \quad \cdot/25 \end{cases} \rightarrow \frac{16 \times 6}{2} = \frac{10 \times AH'}{2} \rightarrow AH = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5} \quad \cdot/25$	۱۰

	راه حل دوم: طبق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = 8$ و می دانیم محور بازتاب عمود منصف AA' است؛ پس $OA = OA' = 10$ (۰/۲۵) و طبق فیثاغورس $OH = 6$ (۰/۲۵) حال دو مثلث OHA' و $AH'A'$ متشابهند (۰/۲۵) زیرا $\hat{A}' = \hat{A}'$ و $H = H' = 90$ پس $\frac{AA'}{OA'} = \frac{AH'}{OH} \rightarrow \frac{16}{10} = \frac{AH'}{6} \rightarrow AH' = 9/6 \quad ۰/۲۵$ صفحه ۴۳	
۱	نقطه B را تحت برداری مساوی و عمودی بر راستای رودخانه در جهت شهر A به نقطه B' انتقال می دهیم پس از B' به A وصل می کنیم، تا نقطه M بدست آید. (۰/۲۵) از نقطه M بر رودخانه عمود می کنیم تا نقطه N بدست آید، محل احداث پل MN بدست می آید. (۰/۲۵) $AMB'B$ کوتاه ترین مسیر است. (۰/۲۵)  $AMB'B \xrightarrow{MB'=NB} AM + MB' + BB' \rightarrow AM + NB + MN = AMNB \text{ مسیر} \quad ۰/۲۵$ صفحه ۵۳	۱۱
۱/۵	با توجه به شکل  $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 \rightarrow \hat{O}_2 = \hat{O}_2 \quad ۰/۲۵$ دو مثلث OAB و $OA'B'$ هم نهشت اند. (۰/۲۵) $\begin{cases} OA = OA' \\ \hat{O}_2 = \hat{O}_2 \rightarrow AB = A'B' \quad ۰/۲۵ \\ OB = OB' \end{cases} \quad ۰/۵$ صفحه ۴۱	۱۲
۱/۲۵	 $\left. \begin{array}{l} \Delta ABM: MQ \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{BM} \\ \Delta AMC: MP \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \end{array} \right\} \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \quad ۰/۲۵$ پس بنا بر عکس تالس داریم: $QP \parallel BC$ (۰/۲۵) تمرین صفحه ۷۰	۱۳

۱/۵	به کمک قضیه سینوس ها $\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = 2R \xrightarrow{\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} 2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{2}$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ$ صفحه ۶۲	۱۴
۱/۷۵	(الف) $P = \frac{5+7+3}{2} = \frac{15}{2} \rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $S = \sqrt{\frac{15}{2}(\frac{15}{2}-7)(\frac{15}{2}-5)(\frac{15}{2}-3)} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$ (ب) $S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin A = \frac{15}{2} \sin A$ $\frac{15}{2} \sin A = \frac{15}{4}\sqrt{3} \rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \hat{A} = 120^\circ$ صفحه ۷۳	۱۵

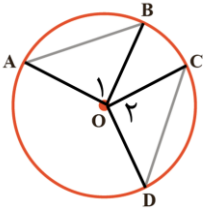
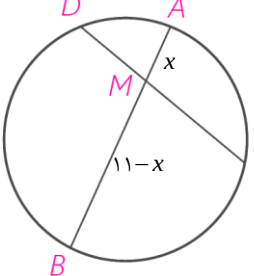
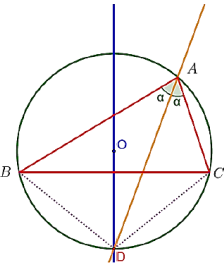
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

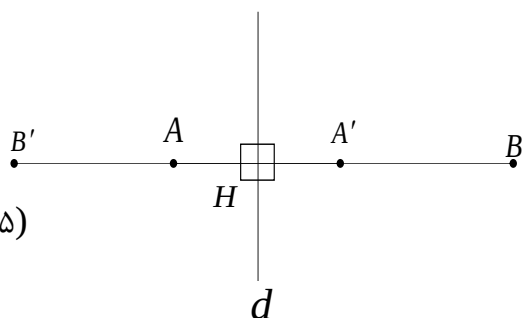
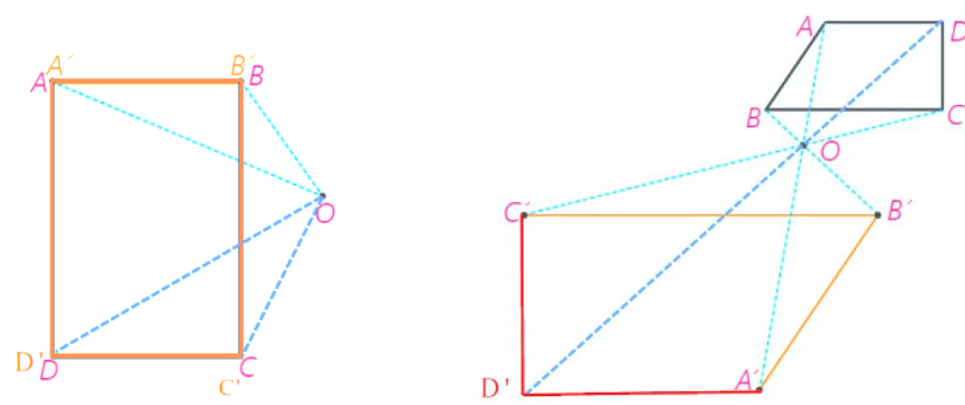
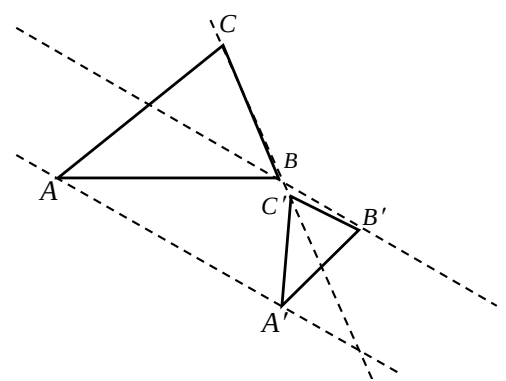
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اندازه زاویه محاطی برابر است با اندازه کمان روبرو به آن زاویه. ب) یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر زوایای مقابل آن مکمل باشند. پ) تجانس اندازه زاویه را حفظ می کند. ت) در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با اندازه شعاع دایره محیطی مثلث.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با کمان روبرو به آن زاویه. ب) تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می کنند تبدیلات نامیده می شود. ج) در تجانس اگر نسبت تجانس کمتر از یک باشد، شکل کوچکتر می شود و آن را می نامیم. د) در هر مثلث مربع اندازه هر داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.	۱
۳	فرض کنید دو وتر AB و CD از یک دایره با هم برابر باشند. ثابت کنید اندازه های کمان های AB و CD نیز با هم برابرند.	۱/۲۵
۴	در دایره $C(O, R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11 \text{ cm}$ آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع کرده است؟	۲
۵	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.	۱
۶	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب و متقاطع با آن قرار دارد ثابت کنید اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم اندازه اند.	۱/۲۵

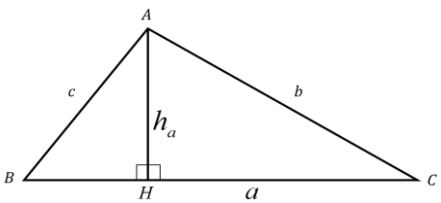
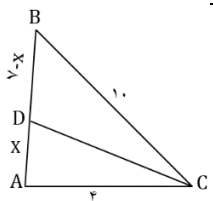
۷	با توجه به نسبت تجانس داده شده مجانس شکل های زیر را رسم کنید.	$k = ۱$ A B C D • O $k = -۲$ A B C D • O												
۸	با توجه به ویژگی تجانس و به کمک مثال مثال نقض نشان دهید دو شکل متشابه الزاماً متجانس نیستند.													
۹	یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.													
۱۰	درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول مشخص کنید.	<table><tr><td>طول پاره خط را حفظ می کند</td><td>اندازه زاویه را حفظ می کند</td><td>شیب خط را حفظ می کند</td><td>جهت شکل را حفظ می کند</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td colspan="4">تجانس</td></tr></table>	طول پاره خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	جهت شکل را حفظ می کند					تجانس			
طول پاره خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند	جهت شکل را حفظ می کند											
تجانس														
۱۱	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^{\circ}$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم:	$\frac{۱}{h_a^۲} = \frac{۱}{b^۲} + \frac{۱}{c^۲}$												
۱۲	در مثلث ABC ، $AB = ۲\sqrt{۲}$ و $AC = \sqrt{۶} + \sqrt{۲}$ و $\hat{A} = ۶۰^{\circ}$ طول ضلع BC را به کمک قضیه کسینوس ها به دست آورید.													
۱۳	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید $PQ \parallel BC$.													

۱/۵	مثلث ABC با اضلاع ۴ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید.	۱۴
۱/۲۵	مثلث ABC در، $AB = ۷$ ، $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$ طول نیمساز زاویه داخلی C را بدست آورید.	۱۵
۲۰	موفق باشید	جمع

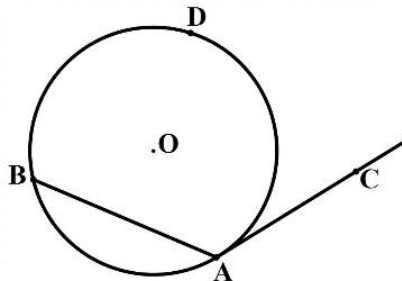
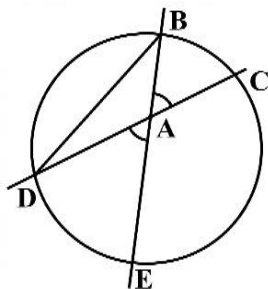
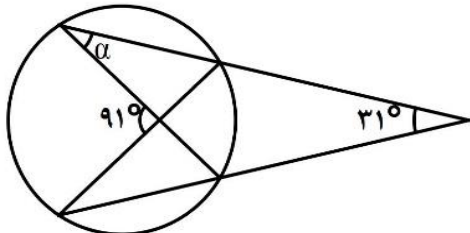
پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

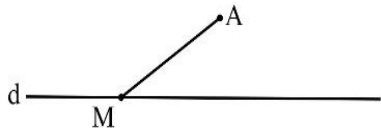
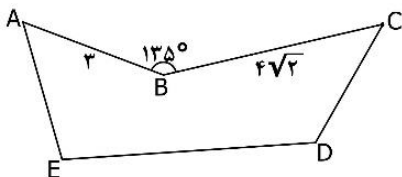
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (نصف کمان روبرو) ب) درست پ) درست ت) نادرست (برابر است با طول قطر دایره محیطی آن) هر مورد ۰,۲۵	۱
۲	الف) نصف ب) طولیا (ایزومتری) پ) انقباض ت) نیمساز هر مورد ۰,۲۵	۱
۳	 $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{OA} = \overline{OD} \\ \overline{OB} = \overline{OC} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ بنابراین $AB = CD$ (۰,۲۵) زیرا اندازه زاویه مرکزی با کمان مقابل برابر است	۱/۲۵
۴	 $\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{DM}{9} = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow DM = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow MC = 6 \quad (۰/۲۵)$ $DM \cdot MC = AM \cdot MD \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 3 \times 6 = x(11-x) \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 9 \quad (۰/۲۵)$ اما $x = 9$ قابل قبول نیست زیرا $AM < MB$ بنابراین $x = 2$ در نتیجه $AM = 2 \Rightarrow MB = 11 - 2 = 9 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{9} \quad (۰/۲۵)$	۲
۵	فرض کنیم نیمساز زاویه BAC دایره محاطی را در نقطه‌ی D قطع کند. بنابراین تعریف نیمساز داریم: $\hat{BAD} = \hat{CAD} \quad (۰/۲۵)$ دو زاویه محاطی برابر کمان‌های روبروی برابری نیز دارند لذا: $BD = CD \quad (۰/۲۵)$ کمان‌های مساوی، وترهای منظر مساوی دارند: $BD = CD \quad (۰/۲۵)$ فاصله‌ی نقطه‌ی D از دو نقطه‌ی B و C به یک اندازه است در نتیجه طبق خاصیت عمود منصف‌ها، نقطه‌ی D روی عمود منصف BC نیز قرار دارد. ۰,۲۵ 	۱

۱/۷۵	$B'H = BH \quad (./\ ۲۵)$ $B'A + AH = BA' + A'H \quad (./\ ۲۵)$ $AH' = AH \quad (./\ ۲۵) \Rightarrow BA' = B'A \quad (./\ ۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} AB = AA' + A'B \quad (./\ ۲۵) \\ A'B' = AA' + AB' \quad (./\ ۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \quad (./\ ۲۵)$		۶									
۱/۵		رسم هر شکل ۰,۷۵ نمره	۷									
۱		کافیست دو شکل متشابه رسم کنیم که وقتی هر نقطه را به تصویرش وصل می کنیم و امتداد می دهیم، همرس نشوند به این ترتیب مرکز تجانس وجود نخواهد داشت در این صورت تجانس هم در کار نیست. (۰,۷۵) در شکل زیر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه اند اما متجانس نیستند. (رسم شکل ۰,۲۵)	۸									
۱	فرض کنیم a ضلع مربع اولیه باشد $\frac{S'}{S} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ \quad (./\ ۲۵) \Rightarrow S' = \frac{۴}{۹}S$ $S - S' = ۵ \Rightarrow S - \frac{۴}{۹}S = ۵ \Rightarrow S = ۹ \quad (./\ ۲۵) \Rightarrow a = ۳ \quad (./\ ۲۵)$ $\Rightarrow P = ۴ \times ۳ = ۱۲ \quad (./\ ۲۵)$		۹									
۱	<table><tr><td>الف) طول پاره خط را حفظ می کند</td><td>ب) اندازه زاویه را حفظ می کند</td><td>ج) شیب خط را حفظ می کند</td><td>د) جهت شکل را حفظ می کند</td><td rowspan="2">تجانس</td></tr><tr><td>×</td><td>✓</td><td>✓</td><td>×</td></tr></table> هر مورد ۰,۲۵ نمره	الف) طول پاره خط را حفظ می کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می کند	ج) شیب خط را حفظ می کند	د) جهت شکل را حفظ می کند	تجانس	×	✓	✓	×		۱۰
الف) طول پاره خط را حفظ می کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می کند	ج) شیب خط را حفظ می کند	د) جهت شکل را حفظ می کند	تجانس								
×	✓	✓	×									

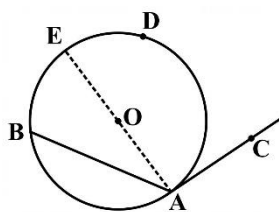
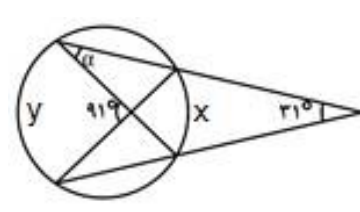
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2}ah_a \quad (\cdot / 25) \\ s &= \frac{1}{2}bc \quad (\cdot / 25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow bc = ah_a \quad (\cdot / 25) \Rightarrow (bc)^r = (ah_a)^r$ $\Rightarrow b^r c^r = a^r h_a^r \quad (\cdot / 25) \Rightarrow b^r c^r = (b^r + c^r) h_a^r \quad (\cdot / 25)$ $\Rightarrow b^r c^r = b^r h_a^r + c^r h_a^r$ $\frac{b^r c^r}{b^r c^r h_a^r} = \frac{b^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} + \frac{c^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} \quad (\cdot / 25) \Rightarrow \frac{1}{h_a^r} = \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} \quad (\cdot / 25)$ 	۱۱
۱/۵	$(BC)^r = (AB)^r + (AC)^r - 2 \times AB \times AC \times \cos 60^\circ \quad (\cdot / 5)$ $(BC)^r = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^r + (2\sqrt{2})^r - 2 \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times (2\sqrt{2}) \times \frac{1}{2} \quad (\cdot / 25)$ $= 12 \quad (\cdot / 5) \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \quad (\cdot / 25)$	۱۲
۱/۵	در مثلث AMB پاره خط MQ نیمساز زاویه AMB و در مثلث AMC پاره خط MP نیمساز زاویه AMC می باشد لذا: $\left. \begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB} \quad (\cdot / 25) &\xrightarrow[\quad (\cdot / 25) \quad]{MB=MC} \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QB} \quad (\cdot / 25) \\ \frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC} \quad (\cdot / 25) &\end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \quad (\cdot / 25)$ در نتیجه طبق عکس قضیه تالس $PQ \parallel BC$ $(0, 25)$	۱۳
۱/۵	$P = \frac{4+5+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad (\cdot / 5)$ $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (\cdot / 25)$ $= \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)} = \sqrt{8 \times 4 \times 3 \times 1} \quad (\cdot / 25)$ $= \sqrt{16 \times 6} \quad (\cdot / 25)$ $= 4\sqrt{6} \quad (\cdot / 25)$	۱۴
۱/۲۵	 $4x = 10(10-x) \rightarrow x = 5 \quad (\cdot / 5) \quad , \quad BD = 5 \quad (\cdot / 25)$ $CD^r = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \quad (\cdot / 25) \rightarrow CD = \sqrt{30} \quad (\cdot / 25)$	۱۵

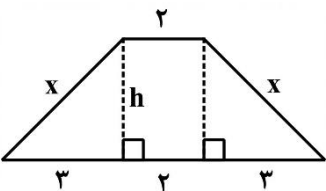
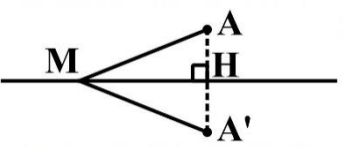
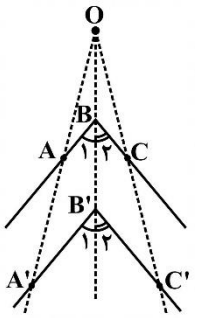
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

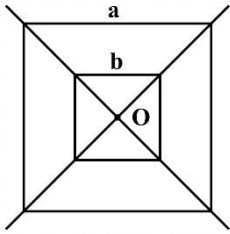
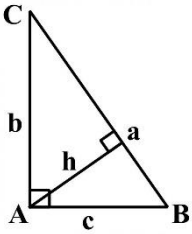
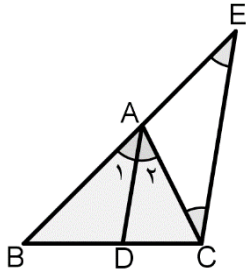
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر دو وتر یک دایره باهم موازی باشند، آنگاه کمانهای محدود بین آنها با هم مساوی هستند. ب) دو دایره متداخل، دارای یک مماس مشترک هستند. ج) تجانس با نسبت k را که $k > 1$، انبساط می نامیم.	۰/۷۵
۲	جمله های زیر را کامل کنید. الف) طول و اندازه کمانی از یک دایره، به ترتیب ۳ واحد و 60° هستند. محیط این دایره برابر با واحد است. ب) بازتاب نسبت به خط، نقطه ثابت تبدیل دارد. ج) تبدیل T را گوییم، هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم $T(A) = A$.	۰/۷۵
۳	با توجه به شکل مقابل، نشان دهید $\hat{CAB} = \frac{1}{2} \hat{ADB}$ 	۱/۵
۴	در شکل روبه‌رو، نشان دهید $\hat{DAE} = \frac{1}{2} (BC + DE)$ 	۱
۵	در شکل مقابل، اندازه زاویه α را به دست آورید. 	۱/۲۵

۶	فرض کنید TT' اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره مماس بیرونی است. اگر شعاع‌های این دایره‌ها R و R' باشند، نشان دهید $TT' = 2\sqrt{RR'}$
۷	یک ذوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. اگر اندازه‌های قاعده‌های این ذوزنقه ۲ و ۸ باشند، مساحت این ذوزنقه را به دست آورید.
۸	مثلث ABC محیطی است و نسبت شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع BC به شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع AC برابر $\frac{2}{3}$ هستند. اگر $AC = ۸$ و $BC = ۶$ باشند، طول ضلع AB را به دست آورید.
۹	در شکل زیر، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط بازتاب d مشخص کنید و آن را A' بنامید، سپس نشان دهید $AM = A'M$.
	
۱۰	با رسم شکل، نشان دهید برای حالتی که $k > 0$ ، تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.
۱۱	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۲۰ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.
۱۲	زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آنکه محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید. ($\hat{B} = ۱۳۵^\circ$ و $BC = 4\sqrt{2}$ ، $AB = ۳$)
	
۱۳	در مثلث ABC ، $BC = ۱۰$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$. اندازه زاویه $\hat{B}$ را محاسبه کنید.
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.
۱۵	در مثلث ABC ، $AB = ۳$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $AC = ۵$. طول ضلع BC را به دست آورید.
۱۶	ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.
۲۰	جمع موفق باشید

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

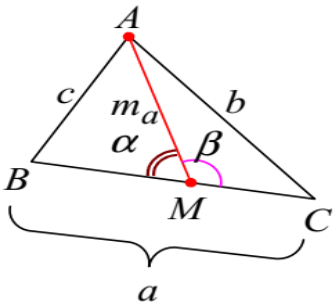
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (نتیجه، ص ۱۵) ج) درست (کادر، ص ۴۶) ب) نادرست (فعالیت، ص ۲۱، ص ۵) (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۱۸ (کاردکلاس، ص ۱۲) ج) همانی (تعریف، ص ۴۷) ب) بی‌شمار (متن درس، ص ۳۶) (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	ابتدا مطابق شکل، قطر AE را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} \underbrace{E\hat{A}C = 90^\circ \Rightarrow E\hat{A}C = \frac{1}{2}ADE}_{(0/25)} \\ \underbrace{B\hat{A}E = \frac{1}{2}BE}_{(0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{B\hat{A}E + E\hat{A}C = \frac{1}{2}(BE + ADE)}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \underbrace{B\hat{A}C = \frac{1}{2}ADB}_{(0/25)}$  رسم شکل: (۰/۲۵) (فعالیت، ص ۱۴، قسمت: ت)	۱/۵
۴	$\left. \begin{array}{l} \underbrace{D\hat{A}E = \hat{D} + \hat{B}}_{(0/25)} \\ \underbrace{\hat{D} = \frac{1}{2}BC}_{(0/25)} \\ \underbrace{\hat{B} = \frac{1}{2}DE}_{(0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{D\hat{A}E = \frac{1}{2}(BC + DE)}_{(0/25)}$ (فعالیت، ص ۱۵، سؤال ۲، قسمت: ب)	۱
۵	 $\left. \begin{array}{l} \underbrace{91^\circ = \frac{1}{2}(y + x)}_{(0/25)} \\ \underbrace{31^\circ = \frac{1}{2}(y - x)}_{(0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{x = 60^\circ}_{(0/25)}, \underbrace{\alpha = \frac{1}{2}x}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\alpha = 30^\circ}_{(0/25)}$ (تمرین، ص ۱۶، ص ۲)	۱/۲۵

۱	$\underbrace{d = R + R'}_{(۰/۲۵)}$ $\underbrace{TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{TT' = ۲\sqrt{RR'}}_{(۰/۲۵)}$ (فعالیت، ص ۲۱، س ۳)	۶
۱/۲۵	از آنجا که دوزنقه مورد نظر، هم محیطی و هم محاطی است، لذا یک دوزنقه متساوی الساقین می باشد. (۰/۲۵) و به دلیل محیطی بودن دوزنقه، داریم: $۲x = ۲ + ۸ \Rightarrow x = ۵$ (۰/۲۵)  $\underbrace{h = \sqrt{x^2 - 3^2}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{h = ۴}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{S = \frac{1}{2}(2 + 8) \times 4 = ۲۰}_{(۰/۲۵)}$ (تمرین، ص ۲۹، س ۴)	۷
۱/۲۵	$\frac{r_a}{r_b} = \frac{\frac{S}{p-a}}{\frac{S}{p-b}} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{p-۸}{p-۶} \Rightarrow \underbrace{p = ۱۲}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow c = AB = ۱۰ \quad (۰/۲۵)$ (فعالیت، ص ۲۶)	۸
۱/۵	 $\left. \begin{array}{l} AH = A'H \\ MH = MH \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMH \cong \triangle A'MH \Rightarrow \underbrace{AM = A'M}_{(۰/۲۵)}$ (۰/۵) طبق تعریف بازتاب: $\left. \begin{array}{l} \hat{H} = ۹۰^\circ \\ AH = A'H \end{array} \right\} \quad (۰/۵)$ رسم شکل: (۰/۲۵) (فعالیت، ص ۳۶، قسمت: ب)	۹
۱/۵	 $\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{B}'_1 \Leftrightarrow AB \parallel A'B' \\ \hat{B}_2 = \hat{B}'_2 \Leftrightarrow BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \text{ می دانیم در تجانس، شیب خط حفظ می شود: } (۰/۵)$ $\underbrace{\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B}'_1 + \hat{B}'_2}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\hat{B} = \hat{B}'}_{(۰/۲۵)}$ رسم شکل: (۰/۵) (فعالیت، ص ۴۷)	۱۰

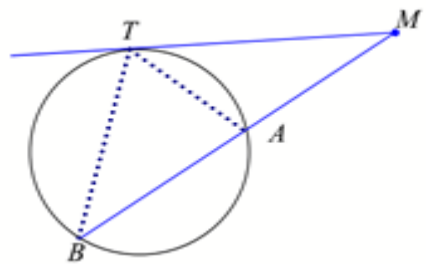
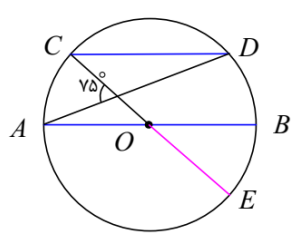
۱/۲۵	 $\left. \begin{array}{l} \frac{b}{a} = \frac{2}{3} \quad (\text{و./۲۵}) \\ \frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9} \quad (\text{و./۲۵}) \\ a^2 - b^2 = 20 \quad (\text{و./۲۵}) \end{array} \right\} \Rightarrow a = 6, 4a = 24 \quad (\text{و./۲۵})$ (تمرین، ص ۴۸، س ۳)	۱۱
۱	۱۲ (تمرین، ص ۵۴، س ۵) $2 \times S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \sin(135^\circ) = 12 \quad (\text{و./۲۵})$ (و./۵)	۱۲
۱/۲۵	$\frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3 \sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{6}}{3 \sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \quad (\text{و./۲۵})$ (و./۵) (مثال ۱، ص ۶۲)	۱۳
۱/۵	 $\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \quad (\text{و./۲۵}) \\ bc &= ah_a \Rightarrow h_a = \frac{bc}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{b^2 c^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \quad (\text{و./۲۵}) \end{aligned}$ (تمرین، ص ۶۳، س ۱)	۱۴
۱/۲۵	$BC^2 = 9 + 25 - 2(3)(5) \cos(120^\circ) = 49 \Rightarrow BC = 7 \quad (\text{و./۲۵})$ (و./۵) (مثال، ص ۶۵)	۱۵
۲	فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_r$ (و./۲۵) حکم: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (و./۲۵) ابتدا مطابق شکل، از نقطه C خطی موازی نیمساز AD رسم می کنیم تا امتداد BA را در نقطه E قطع کند. (و./۲۵) $\left. \begin{array}{l} AD \parallel CE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E} \quad (\text{و./۲۵}) \\ AD \parallel CE \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{C} \quad (\text{و./۲۵}) \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{E} \Rightarrow AC = AE \quad (\text{و./۲۵})$ $AD \parallel CE \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \quad (\text{و./۲۵})$  (قضیه ۱، ص ۶۸)	۱۶

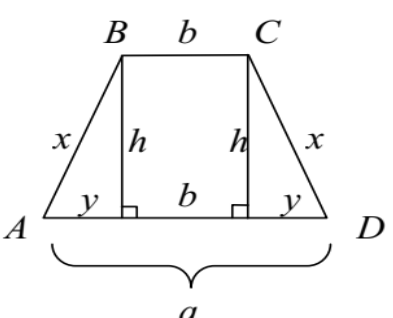
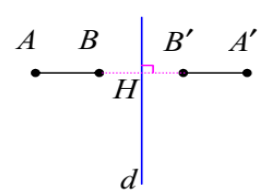
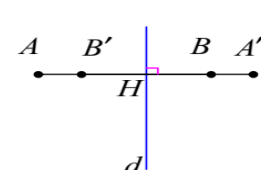
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: (الف) در دایره، ممکن است دو کمان هم اندازه باشند ولی قطاعهایی با مساحتهای برابر به وجود نیاورند. (ب) دو دایره مماس خارج فقط یک مماس مشترک خارجی دارند. (ج) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب موازی باشند، یک انتقال است. (د) در مثلث ABC ، $A < 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 > c^2$.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: (الف) بزرگترین وتر دایره را می نامند. (ب) تبدیل را گویند هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$. (ج) اگر فاصله وتر AB از مرکز دایره $C(O, 13)$ برابر ۵ باشد طول وتر AB برابر با (د) اگر A' و B' به ترتیب دوران یافته نقاط A و B به مرکز O و زاویه θ باشند، عمود منصفهای دو پاره خط غیرموازی AA' و BB' همدیگر را در قطع می کنند.	۱
۳	ثابت کنید اگر از یک نقطه واقع در بیرون دایره یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره ای رسم کنیم، اندازه مماس واسطه هندسی بین اندازه دو قطعه قاطع است.	۱/۵
۴	در شکل زیر نقطه O مرکز دایره است و $AB \parallel CD$. اندازه کمان CD را بدست آورید.	۱/۵
۵	دو دایره $C'(O', 2x)$ و $C(O, 2x + 4)$ مماس خارجی هستند. اگر طول خط المרכזین برابر $d = 5x + 3$ باشد طول مماس مشترک خارجی را بدست آورید.	۱/۵
۶	یک ذوزنقه، هم محیطی و هم محاطی است. ثابت کنید: مساحت این ذوزنقه با حاصل ضرب میانگین هندسی اندازه های دو قاعده در میانگین حسابی آنها برابر است.	۱/۵
۷	درحالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که AB و بازتاب آن هم اندازه هستند. (در دو حالت پاره خط AB محور بازتاب را قطع می کند و پاره خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند ثابت شود)	۱/۵

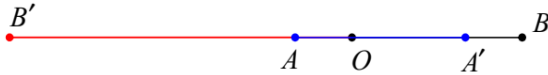
۱/۵	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند. (حالتی را ثابت کنید که $k < 0$)	۸
۱/۵	نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره-خط AA'' را محاسبه کنید.	۹
۱/۵	دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه ای واقعند. می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. روی شکل محل جاده ساحلی را مشخص کنید به طوری که مسیر بدست آمده کوتاهترین مسیر باشد.	۱۰
۱/۵	در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده ایم $(BM = MC = \frac{BC}{2}, BC = a)$. با استفاده از قضیه سینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$ 	۱۱
۱/۵	در مثلث ABC ، داریم $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$. طول نیمساز زاویه A را بدست آورید.	۱۲
۱/۵	اندازه های سه ضلع مثلثی ۳، ۵ و ۷ است. اندازه زاویه مقابل به ضلع ۷ سانتی متر را بدست آورید.	۱۳
۱/۵	در مثلث ABC ، $(A < 90^\circ)$ دایره محیطی آن را در نظر بگیرید. قضیه سینوس ها را در این مثلث ثابت کنید. (همراه با رسم شکل)	۱۴
۲۰	جمع	موفق باشید

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست صفحه ۱۲ (ب) نادرست صفحه ۲۲ (ج) درست تمرین ۴ صفحه ۴۴ (د) نادرست تمرین صفحه ۷۶ هر مورد ۰,۲۵	۱
۲	الف) قطر صفحه ۱۲ (ب) همانی صفحه ۴۹ (ج) ۲۴ صفحه ۱۱ (د) مرکز دوران (نقطه O) تمرین صفحه ۴۴ هر مورد ۰,۲۵	۱
۳	نقطه T را به A و B وصل می‌کنیم در این صورت زاویه MTA ظلی و زاویه BTA محاطی روبرو به کمان AT است. $MTA = BTA = \frac{AT}{2}; ۰/۵$ $\left. \begin{array}{l} MTA = BTA \\ M = M \end{array} \right\} \rightarrow \triangle MTA \sim \triangle MTB; ۰/۵ \rightarrow \frac{MT}{MB} = \frac{MA}{MT}; ۰/۲۵ \rightarrow MT^2 = MA \times MB; ۰/۲۵$  قضیه صفحه ۱۹	۱/۵
۴	ابتدا قطر CE را رسم می‌کنیم. $AOC = AC = BE = x; ۰/۲۵, AB \parallel CD \rightarrow AC = BD = x; ۰/۲۵, DE = 2x; ۰/۲۵$ $\frac{AC + DE}{2} = 75^{\circ}; ۰/۲۵ \rightarrow \frac{x + 2x}{2} = 75^{\circ} \rightarrow x = 50^{\circ}; ۰/۲۵ \rightarrow CD = 180^{\circ} - 2(50^{\circ}) = 80^{\circ}; ۰/۲۵$  تمرین ۴ صفحه ۱۷	۱/۵

۱/۵	$d = R + R' \Rightarrow \underbrace{\Delta x + 3 = 2x + 4 + 2x}_{\cdot/5} \rightarrow x = 1$ $\rightarrow \begin{cases} R = 2x + 4 = 6 \\ R' = 2x = 2 \\ d = \Delta x + 3 = 8 \end{cases} \Rightarrow AB = \underbrace{\sqrt{d^2 - (R - R')^2}}_{\cdot/5} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48}$ مشابه تمارین صفحه ۲۳	۵
۱/۵	دوزنقه $ABCD$ محاطی است پس متساوی الساقین است، پس  $AB = CD = x; \cdot/25, y + b + y = a \rightarrow y = \frac{a-b}{2}; \cdot/25$ دوزنقه $ABCD$ محیطی است، پس $AB + CD = AD + BC \rightarrow x = \frac{a+b}{2}; \cdot/25$ $\underbrace{h^2 = x^2 - y^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}_{\cdot/5} = ab \rightarrow h = \sqrt{ab} \rightarrow \underbrace{S = \frac{1}{2}(a+b)h}_{\cdot/25} = \frac{1}{2}(a+b)\sqrt{ab}$ تمرین ۴ صفحه ۲۹	۶
۱/۵	حالت اول) پاره خط AB محور بازتاب را قطع می کند: (تمرین ۱ صفحه ۴۴)  $\left. \begin{matrix} AH = A'H \\ BH = B'H \end{matrix} \right\} \rightarrow \underbrace{AH - BH = A'H - B'H}_{\cdot/25} \rightarrow AB = A'B'$ حالت دوم) پاره خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند:  $\left. \begin{matrix} AH = A'H \\ BH = B'H \end{matrix} \right\} \rightarrow \underbrace{AH + BH = A'H + B'H}_{\cdot/25} \rightarrow AB = A'B'$	۷

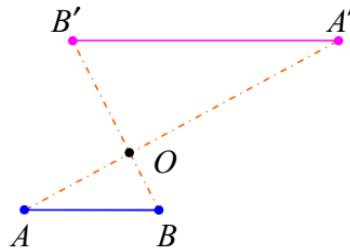
در این حالت نقاط A', B' به ترتیب مجانس های A, B روی خط AB قرار می گیرند بنابراین $A'B'$ بر AB واقع است و شیب حفظ می شود. (۵/۰)



(ب) نقطه O روی خط AB نباشد.

اگر نقاط A', B' به ترتیب مجانس های A, B باشند خواهیم داشت :

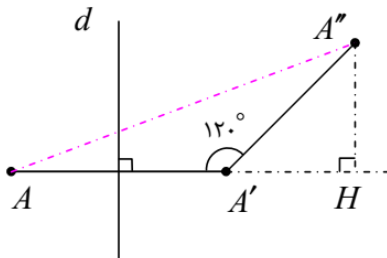
$$\underbrace{\left. \begin{array}{l} OA' = -k \times OA \\ OB' = -k \times OB \end{array} \right\}}_{\cdot/\gamma\delta} \rightarrow \underbrace{\frac{OA'}{OB'} = \frac{-k \times OA}{-k \times OB} = \frac{OA}{OB}}_{\cdot/\gamma\delta} \rightarrow \underbrace{\frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'}}_{\cdot/\gamma\delta}$$



پس طبق عکس قضیه تالس نتیجه می شود که

$\underbrace{AB \parallel A'B'}_{\text{۰/۲۵}}$

تمرین ۱ صفحه ۵۰



$$A'A'' = AA' = 4\sqrt{6}; \bullet / 25$$

$$A''A'H = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ \rightarrow A'A''H = 3^\circ; \therefore / 25$$

$$A'H = \frac{1}{2} A'A'' = 2\sqrt{6}; \cdot / 25$$

$$A''H = \frac{\sqrt{3}}{2} A'A'' = 2\sqrt{18}; \cdot / 25$$

$$AH = 9\sqrt{9}$$

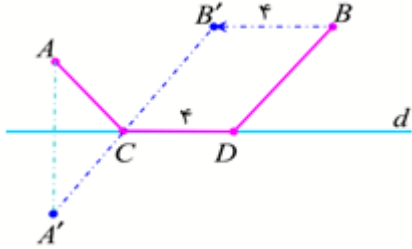
$$\underbrace{AA^{\top} = AH^{\top} + A^{\top}H^{\top} \rightarrow AA^{\top} = (6\sqrt{6})^{\top} + (2\sqrt{18})^{\top}}_{\cdot/25}$$

$$\rightarrow AA'' = \sqrt{2 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

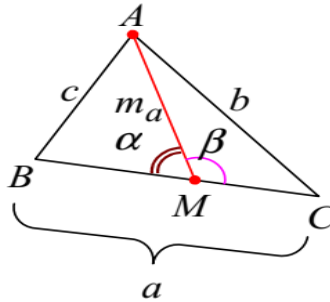
تمرین ۶ صفحه ۴۵

ابتدا از نقطه B به موازات رودخانه BB' را برابر ۴ کیلومتر رسم می‌کنیم. اکنون بازتاب A را نسبت به رودخانه پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم، بعد نقطه A' را به B' وصل می‌کنیم تا نقطه C بدست آید. لذا جواب مسأله بدین شکل است از A به C سپس از C در امتداد رودخانه به طول ۴ کیلومتر حرکت کرده تا به D برسیم سپس از D به B موازات CB' حرکت می‌کنیم. $ACDB$ جواب مسأله است. شکل یا توضیحات ۱ نمره

$A'B'$ کوتاهترین مسیر بین A' و B' است پس ACB' کوتاهترین مسیر از A به رودخانه سپس به B' است. چهار ضلعی $CDBB'$ متوازی‌الاضلاع است. $A'B' = AC + DB \rightarrow A'B' + CD = AC + DB + CD$. نشان دادن کوتاهترین مسیر به صورت فوق ۵/۰ نمره



(مسأله قسمت ب صفحه ۵۵) به اثبات‌های دیگر نیز نمره اختصاص داده شود.



$$\beta = 180^\circ - \alpha \rightarrow \cos \beta = -\cos \alpha; \quad ۰/۲۵,$$

$$\triangle AMC : b^2 = \frac{a^2}{4} + m_a^2 + am_a \cos \alpha (۱); \quad ۰/۵$$

$$\triangle ABM : c^2 = \frac{a^2}{4} + m_a^2 - am_a \cos \alpha (۲); \quad ۰/۵$$

با جمع کردن روابط (۱) و (۲) داریم: ۰,۲۵

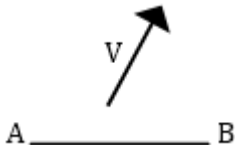
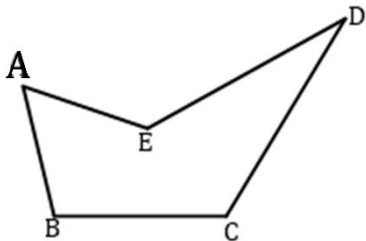
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

تمرین ۴ صفحه ۶۹

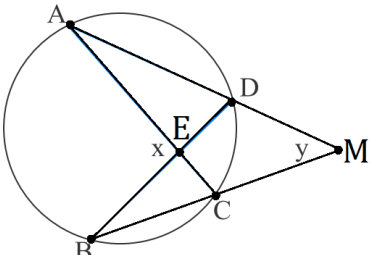
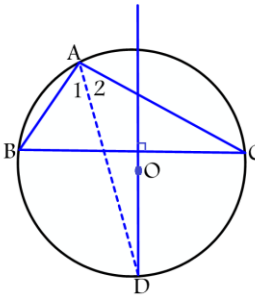
۱/۵	$\frac{c}{x} = \frac{b}{y} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{5}{y}; \cdot / 5$ $\rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{8}{3} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{3} \rightarrow x = \frac{21}{8}, y = \frac{35}{8}$ $AD = \sqrt{bc - xy} = \sqrt{15 - \frac{735}{64}} = \sqrt{\frac{225}{64}} = \frac{15}{8}$	۱۲
۱/۵	$p = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}; \cdot / 25$ $S = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3 \right) \left(\frac{15}{2} - 5 \right) \left(\frac{15}{2} - 7 \right)} = \frac{15}{4} \sqrt{3}; \cdot / 25$ $S = \frac{1}{2} (5)(3) \sin A \rightarrow \frac{15}{4} \sqrt{3} = \frac{1}{2} (5)(3) \sin A; \cdot / 5$ $\rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow A = 60^\circ, 120^\circ$	۱۳
۱/۵	در این حالت قطر BD را رسم می کنیم و A را به D وصل می کنیم. پس $D = C = \frac{AB}{2}, BAD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ; \cdot / 5$ بنابراین طبق حالت قبل داریم: $\frac{c}{\sin C} = BD = 2R; \cdot / 25$ به طریق مشابه خواهیم داشت: (فعالیت ۳ صفحه ۶۳) $\frac{a}{\sin A} = 2R, \frac{b}{\sin B} = 2R; \cdot / 25$	۱۴

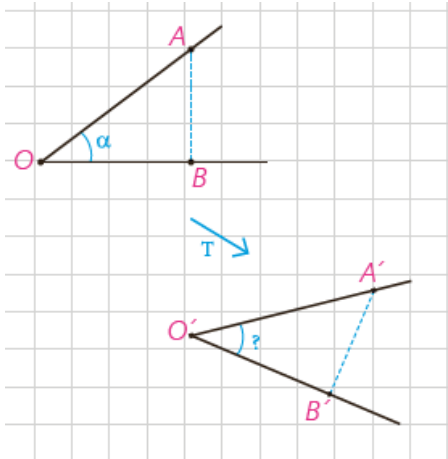
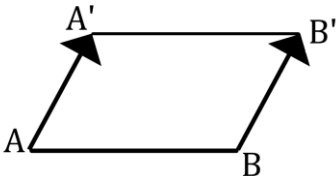
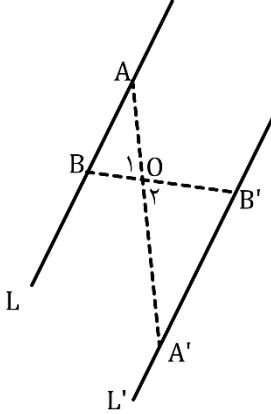
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (الف) در هر دایره، دو کمان محدود به دو وتر موازی، با هم برابرند. (ب) هر دوزنقه متساوی الساقین، یک چهارضلعی محیطی است. (ج) تبدیل بازتابی وجود دارد که تبدیل همانی است. (د) تبدیل انتقال، شیب خطوط را حفظ می کند.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید (الف) اگر در دایره $C(O, R)$ داشته باشیم $\angle AB = 60^\circ$ ، $AB = 12$ ، آنگاه فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر است. (ب) دو دایره که مماس خارجی هستند، مماس مشترک دارند. (ج) در حالت کلی بازتاب، شیب خط را حفظ (د) تبدیل دوران، زمانی تبدیل همانی است که زاویه دوران باشد.	۱
۳	در شکل مقابل، $\angle ECB = 80^\circ$ ، $\angle CAD = 35^\circ$. اندازه زاویه های x ، y را به دست آورید.	۱/۵
۴	طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط المکزین آنها مساوی ۸ واحد است.	۱/۵
۵	در شکل داده شده، مقادیر a ، x را بیابید.	۱/۵
۶	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.	۱/۵

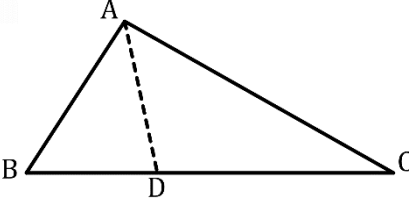
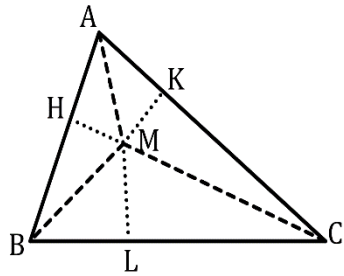
۷	اگر r شعاع دایره محاطی مثلث ABC و h_a, h_b, h_c ارتفاع‌های آن باشد، ثابت کنید	۱
	$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	
۸	ثابت کنید هر تبدیل طولی، زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند.	۱/۵
۹	در حالت زیر، ثابت کنید انتقال تحت بردار $\vec{V}$ طولپاست.	۱/۵
		
۱۰	با فرض $k < 0$ ، ثابت کنید تجانس به مرکز نقطه دلخواه O و با نسبت k ، شیب خطوط را حفظ می‌کند.	۱
۱۱	می‌خواهیم مساحت شکل داده شده را بدون تغییر محیط آن، افزایش دهیم. اگر $\hat{E} = 135^\circ$ ، $DE = 8$ ، $AE = 5$ میزان افزایش مساحت را حساب کنید.	۱
		
۱۲	اگر در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} < 90^\circ$ ثابت کنید $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$.	۱/۵
۱۳	با استفاده از قضیه استوارت، اندازه میانه وارد بر ضلع BC را در مثلث ABC بدست آورید.	۱/۵
۱۴	در مثلثی با طول اضلاع ۷، ۵، ۴، طول نیمساز وارد بر ضلع ۷ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	درون مثلثی با طول اضلاع ۷، ۵، ۶، نقطه M از اضلاع ۶، ۵ به فاصله ۳، ۲ قرار دارد. این نقطه از ضلع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای دارد؟	۱/۵
موفق باشید		۲۰ جمع

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

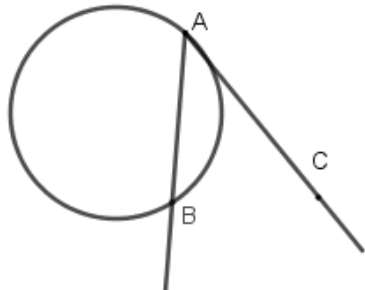
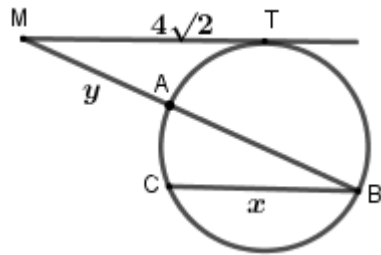
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست ج) نادرست د) درست (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۲	الف) $6\sqrt{3}$ ب) ۳ ج) حفظ نمی کند. د) مضرب صحیح 360° (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۳	$\widehat{CD} = 2\widehat{A} = 70^\circ, \widehat{AB} = 2\widehat{C} = 160^\circ$ $x = \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{70^\circ + 160^\circ}{2} = 115^\circ$ $y = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{160^\circ - 70^\circ}{2} = 45^\circ$ هر مورد (۰/۵) 	۱/۵
۴	با فرض $R_1 > R_2$ $3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R_1 - R_2)^2} \rightarrow 63 = 64 - (R_1 - R_2)^2 \rightarrow R_1 - R_2 = 1 \text{ (0/5)}$ $\sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R_1 + R_2)^2} \rightarrow 15 = 64 - (R_1 + R_2)^2 \rightarrow R_1 + R_2 = 7 \text{ (0/5)}$ $\begin{cases} R_1 - R_2 = 1 \\ R_1 + R_2 = 7 \end{cases} \rightarrow 2R_1 = 8 \rightarrow R_1 = 4 \rightarrow R_2 = 3 \text{ (0/5)}$	۱/۵
۵	$3 \times a = 2 \times (a + 4) \rightarrow 3a = 2a + 8 \rightarrow a = 8 \text{ (0/75)}$ $a \times x = 4 \times (a + 2) \xrightarrow{a=8} 8x = 40 \rightarrow x = 5 \text{ (0/75)}$	۱/۵
۶	در مثلث ABC، عمود منصف BC از مرکز دایره محیطی (محل هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث) می‌گذرد. (۰/۵) فرض کنید محل برخورد این عمود منصف با دایره محیطی، نقطه D باشد.  $D \perp BC \rightarrow \widehat{BD} = \widehat{DC} \text{ (0/5)}$ $\widehat{A_2} \rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \rightarrow AD \text{ نیمساز } A \text{ است (0/5)}$	۱/۵
۷	$S = \frac{1}{2}ah_a \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \text{ (0/25)}$ $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{1}{r}$ 0/25 0/25 0/25	۱

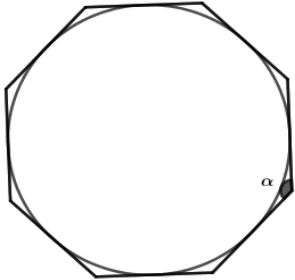
۱/۵	فرض کنید T تبدیلی طولی باشد.  $\left. \begin{matrix} T(A) = A' \\ T(B) = B' \\ T(O) = O' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{طولیا است}} \left\{ \begin{matrix} AB = A'B' \\ AO = A'O' \\ BO = B'O' \end{matrix} \right. \quad (0/5)$ $\triangle OAB \cong \triangle OA'B' \quad (0/5) \rightarrow \widehat{O} = \widehat{O'} \quad (0/5)$	۸
۱/۵	بنا بر تعریف انتقال داریم: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{V} \quad (0/25)$ $AA' = BB' \quad (0/25)$ $AA' \parallel BB' \quad (0/25)$ پس $AA'B'B$ متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵) بنابراین $AB = A'B'$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) 	۹
۱	 $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k \quad (0/25)$ $\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \quad (0/25)$ $\rightarrow \widehat{A} = \widehat{A'} \quad (0/25)$ $AB \parallel A'B' \rightarrow L \parallel L' \quad (0/25)$	۱۰

١	$S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot ED \cdot \sin E = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$ $S'_{AEDE} = 2S_{AED} = 20\sqrt{2} \quad (0/25)$ رسم شکل (٠/٢٥)	١١
١/٥	$\cos A = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cdot \cos A \quad , \quad \sin A = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \cdot \sin A \quad (0/5)$ $\Delta BCH: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c \cdot \sin A)^2 + (b - AH)^2 \quad (0/5)$ $a^2 = (c \cdot \sin A)^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos A + (c \cdot \cos A)^2$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \quad (0/5)$	١٢
١/٥	$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MB = AM^2 \cdot BC + MB \cdot MC \cdot BC \quad (0/5)$ $c^2 \cdot \frac{a}{2} + b^2 \cdot \frac{a}{2} = m_a^2 \cdot a + \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \quad (0/5)$ $b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2} \quad (0/5)$	١٣

١/٥	 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{4}{5} \quad (0/5)$ $\rightarrow BD = \frac{28}{9}, DC = \frac{35}{9} \quad (0/5)$ $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 20 - \frac{28}{9} \times \frac{35}{9} = \frac{640}{81} \quad (0/5)$	١٤
١/٥	 $p = \frac{5 + 6 + 7}{2} = 9 \quad (0/25)$ $S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6} \quad (0/5)$ $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} + S_{BCM} = 5 + 9 + \frac{7ML}{2} \quad (0/5)$ $ML = \frac{2(6\sqrt{6} - 14)}{7} \quad (0/25)$	١٥

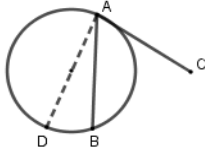
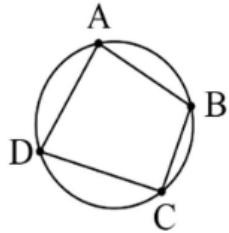
سؤالات آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

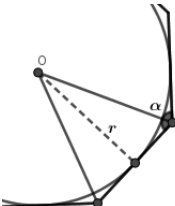
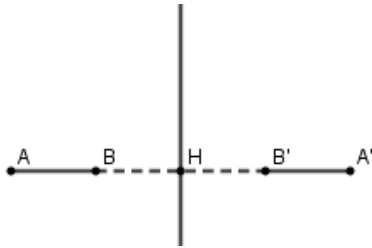
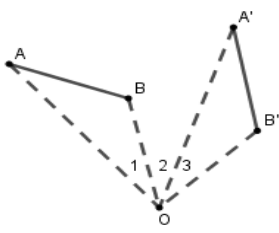
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	نمره
۱	<u>سوالات فصل اول</u> الف) قطر عمود بر وتر، کمان نظیر وتر را نصف می کند. (درست - نادرست) ب) لوزی، یک چهارضلعی محاطی است. (درست - نادرست) ج) مرکز دایره محیطی مثلث، نقطه هم‌رسمی نیم سازه‌های داخلی مثلث است. (درست - نادرست) د) طول کمانی از دایره به شعاع ۴، برابر با π است. اندازه زاویه مرکزی رو به رو به این کمان، برابر است با	۱/۲۵
۲	با توجه به شکل، ثابت کنید اندازه زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه رو به آن زاویه. 	۱/۵
۳	نقطه M خارج دایره $C(O, 2)$ قرار دارد. الف) چگونه می توان از نقطه M، خط مماس بر دایره C رسم کرد؟ (با ذکر دلیل) ب) اگر فاصله نقطه M تا مرکز دایره برابر ۵ باشد، طول خط مماس را بیابید.	۱/۲۵
۴	در شکل زیر، قطر $AB = 4$، مماس $MT = 4\sqrt{2}$ و فاصله وتر CB تا مرکز دایره برابر ۱ است. مقادیر عددی x و y را بدست آورید. 	۱/۵
۵	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آنگاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.	۱/۵

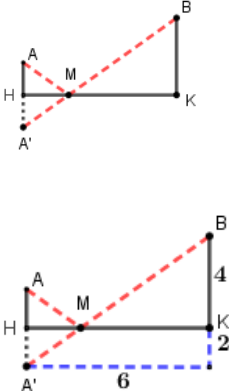
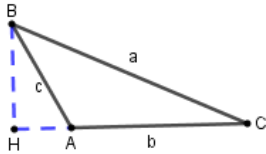
۶	هشت ضلعی منتظم به ضلع ۱ واحد را در نظر بگیرید: الف) اندازه شعاع دایره محاطی آن را با توجه به داده‌های مساله بیابید. $\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx 2/4\right)$ ب) مساحت این هشت ضلعی را، محاسبه کنید. 	۱
۷	<u>سوالات فصل دوم</u> در هر یک از جملات زیر یکی از کلمات درون پرانتز را انتخاب کنید. الف) تبدیلی است که همواره شیب خط را حفظ می کند. (دوران - انتقال - بازتاب) ب) تبدیلی است که در آن، اگر $T(A) = A'$ آنگاه $T(A') = A$ است. (دوران - انتقال - بازتاب)	۰/۵
۸	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) در تجانسی به مرکز O و نسبت $k = -\frac{5}{2}$، اگر $OA = ۸$ باشد، فاصله نقطه A از تصویرش کدام است؟ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۸ (۴) ۱۲ ب) در پنج ضلعی منتظم، نقطه O مرکز است. در دوران به مرکز O و زاویه α، این چندضلعی بر خودش تصویر می شود. کمترین مقدار مثبت غیر صفر زاویه α کدام است؟ (۱) ۳۶° (۲) ۷۲° (۳) ۴۸° (۴) ۹۶°	۱
۹	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، ثابت کنید که AB و $A'B'$ هم اندازه‌اند.	۱/۲۵

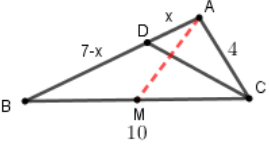
۱۰	در شکل زیر، نشان دهید دوران با مرکز O ، تبدیلی طولیاست.	۱/۲۵
۱۱	در شکل زیر، اگر $AH = ۲$ ، $BK = ۴$ و $HK = ۶$ باشد. نقطه M روی پاره خط HK را به گونه‌ای بیابید که: الف) مسیر AMB کوتاهترین مسیر باشد. ب) کمترین مقدار عددی $AM + MB$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۲	در شکل زیر، با ثابت نگه داشتن محیط، حداکثر چه مقدار می توان مساحت را افزایش داد؟	۰/۷۵
۱۳	سوالات فصل سوم در مثلث ABC ، داریم $BC = ۱۰$ و $\hat{A} = ۱۵۰^\circ$. مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟ ۱۵ (۲) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴)	۰/۵
۱۴	در مثلث ABC که در آن داریم $\hat{A} > ۹۰^\circ$ ، ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$	۱/۵
۱۵	در مثلث ABC ، داریم $AB = ۷$ و $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$. الف) طول نیمساز داخلی زاویه C را بیابید. ب) طول میانه وارد بر ضلع BC را محاسبه کنید.	۲/۲۵
۱۶	در مثلث ABC به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه‌ای که از اضلاع به طول‌های ۵ و ۶، به فاصله ۲ و ۳ سانتی‌متر باشد، از ضلع بزرگتر چه فاصله‌ای دارد؟	۱/۷۵
موفق باشید		
۲۰	جمع	

پاسخ آزمون درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ص ۱۳) ب) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۸) ج) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۵) د) ۴۵° ۰/۵ (ص ۱۲)	۱/۲۵
۲	قطری از دایره که شامل A است را رسم می کنیم. ۰/۲۵  $\begin{cases} \hat{DAC} = 90^\circ = \frac{1}{2} \hat{DBA} \\ \hat{DAB} = \frac{1}{2} \hat{DB} \end{cases} \rightarrow \underbrace{\hat{BAC} = \frac{1}{2} \hat{DBA} - \frac{1}{2} \hat{DB}}_{0/5} = \frac{1}{2} \hat{BA}$ (ص ۱۴)	۱/۵
۳	الف) ابتدا دایره به قطر OM را رسم می کنیم. ۰/۲۵ این دایره، دایره مفروض را در دو نقطه T و T' قطع می کند. MT و MT' بر دایره مماس اند. ۰/۲۵ زیرا زوایای MOT و MOT' محاطی رو به رو به قطرند و برابر با ۹۰° . ۰/۲۵ (ص ۱۹) ب) $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ ۰/۵ (ص ۲۰)	۱/۲۵
۴	$x^2 - 1^2 = 3 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \rightarrow \underbrace{x = 2\sqrt{3}}_{0/25} \quad (ص ۱۳)$ $y(y + 4) = 4\sqrt{2}^2 \rightarrow y^2 + 4y - 32 = 0 \rightarrow y = 4 \quad 0/75 \quad (ص ۱۸)$	۱/۵
۵	طبق فرض نقاط A, B, C و D روی دایره هستند. ۰/۲۵  $\begin{cases} \hat{A} = \frac{1}{2} \hat{BCD} \\ \hat{C} = \frac{1}{2} \hat{DAB} \end{cases} \rightarrow \underbrace{\hat{A} + \hat{C} = \frac{1}{2} \hat{BCD} + \frac{1}{2} \hat{DAB}}_{0/5} = \frac{1}{2} 360^\circ = 180^\circ$ به طور مشابه $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ ۰/۲۵ (ص ۲۷)	۱/۵

۱	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{\frac{1}{2}} \rightarrow r = \frac{1}{2} \times 2 / 4 = 1 / 2$ ۰/۵ $S = rp = 1 / 2 \times 4 = 4 / 8$ ۰/۵ (ب) (ص ۲۵) 	۶
۰/۵	(الف) انتقال ۰/۲۵ (ص ۳۸) (ب) بازتاب ۰/۲۵ (ص ۳۹)	۷
۱	(الف) گزینه ۳ ۰/۵ (ص ۴۳) (ب) گزینه ۲ ۰/۵ (ص ۴۰)	۸
۱/۲۵	طبق تعریف بازتاب، محور بازتاب عمود منصف AA' و BB' است. پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، در نتیجه تصویر آن، در راستای عمود بر خط بازتاب و در امتداد AB قرار می گیرد. ۰/۵ $\begin{cases} AH = A'H \\ BH = B'H \end{cases} \rightarrow \underbrace{AH - BH = A'H - B'H}_{0/5} \rightarrow AB = A'B'$ ۰/۲۵  (ص ۴۲)	۹
۱/۲۵	 $\begin{cases} OA = OA' \\ OB = OB' \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_r = \hat{O}_r + \hat{O}_r \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3 \end{cases} \rightarrow \underbrace{\Delta AOB \cong \Delta A'OB'}_{0/25} \rightarrow AB = A'B'$ ۱ (ص ۴۱)	۱۰

۱/۲۵	الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK نقطه A' می نامیم. محل تلاقی A'B با HK را M می نامیم. مسیر AMB پاسخ مساله است. ۰/۵ رسم شکل زیر ۰/۲۵ ب)  $AMB = AM + MB = A'M + MB \rightarrow AMB = 6\sqrt{2}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ (ص ۵۲)	۱۱
۰/۷۵	با استفاده از بازتاب ۰/۲۵ افزایش مساحت برابر است با دو برابر مثلث با اضلاع ۲ و $2\sqrt{3}$ و زاویه بین ۱۲۰ درجه ۰/۲۵ $2S = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = 6$ ۰/۲۵ (ص ۵۴)	۱۲
۰/۵	گزینه ۴ ۰/۵ (ص ۶۲)	۱۳
۱/۵	 $BC^2 = BH^2 + CH^2 = (AB^2 - AH^2) + (AC + AH)^2$ ۰/۵ $\rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \times AC \times AH, \quad AH = \cos(180^\circ - \hat{A}) \times AB = -\cos \hat{A} \times AB$ ۰/۲۵ ۰/۵ $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A}$ ۰/۲۵ (ص ۶۴)	۱۴

۱/۵ ۰/۷۵	الف) طبق قضیه نیم سازه‌های داخلی داریم:  $\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{BD} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow \underbrace{x = AD = 2}_{\cdot/25}, \underbrace{BD = 5}_{\cdot/25}$ $\underbrace{DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30}_{\cdot/25} \rightarrow \underbrace{DC = \sqrt{30}}_{\cdot/25}$ (ص ۶۸) ب) طبق قضیه میانه‌ها داریم: $\underbrace{4^2 + 7^2 = 2AM^2 + \frac{10^2}{2}}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{AM = \sqrt{\frac{15}{2}}}_{\cdot/25}$ (ص ۶۷)	۱۵
۱/۷۵	مساحت را از دستور هرون و افراز به سه مثلث، محاسبه می‌کنیم و برابر قرار می‌دهیم. (ص ۷۴) $\underbrace{p = 9 \rightarrow S = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2}}_{\cdot/75} = 6\sqrt{6}$ $\underbrace{S = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times h \times 7}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{6\sqrt{6} = 14 + \frac{7}{2} \times h}_{\cdot/5} \rightarrow h = \frac{2}{7}(6\sqrt{6} - 14)$	۱۶